東京大学哲学研究室『論集』35号（2016年度）
pp.77-90

保存性解釈に基づいた真理のデフレ主義批判について

野上　志学

１．序論：デフレ主義と真理理論

ポール・ホリッジの影響力のある著書、『真理』によってデフレ主義が現代真理論の中心的話題となって以降、真理論の一部は「いかなる真理理論が真理のデフレ主義にとって適切か」という問いをめぐって展開されてきたと言えるだろう[1]。デフレ主義によれば、真理述語は間接的是認や無限連言の表現のための論理的道具として「のみ」存在し、真理述語はそれ以上の実質的な本性を表すものではない。真理が間接的是認に使えるというのは、「マルクスが言うことは全て真である」という言明はマルクスが何を言ったかを知らない人でも表現できるということであり、無限連言の表現に使えるというのは、「⌜φ→φ⌝という形の文は全て真である」という文で、P→P, Q→Q, …といった無限に多くの文の連言を表現できるということである。真理述語がこのような機能を持つということ自体は、反デフレ主義者も認めることができるため、デフレ主義の眼目の一つは「真理が実質的な本性を持たず、非実質的である」という部分にある。

『真理』においてホリッジは、デフレ主義の一種、最小主義を提示した。最小主義によれば、真理は「⌜φ⌝は真である⟷φ」という T 図式によって特徴づけられる以上の本性を含まない[2]。つまり、最小主義の採用する真理理論は、「⌜φ⌝は真である⟷φ」という形の諸々の文である。（φ 自体が真理述語を含んでいてもよい。）ただし、無制限の T 図式は古典論理上で矛盾を導くので、最小主義の真理理論は、T 図式に一定の制限を加えなければならない[3]。そこで、最小主義の真理理論は T 図式のすべての例の集合ではなく、T 図式の例を可能な限り多く保持する理論、すなわち、T 図式の例の極大無矛盾集合であるとホリッジは考える[4]。

ホリッジ自身は、そのような真理理論の特徴づけを具体的に提示することはなく、最小主義等のデフレ主義一般に適切な真理理論とは何なのかという問いは未解決のまま現在に残されている。デフレ主義に適切な真理理論を探すという作業は、技術的興味を喚起するのみであり、デフレ主義という哲学理論の是非とはあまり関係のない瑣末なことと思われるかもしれない。実際ホリッジは、大まかな

真理理論の概要があれば、真理理論の具体的提示がなくとも、最小主義等のデフレ理論の是非を検討することができると考えていた[5]。

しかし、その後のデフレ主義の是非をめぐる議論の展開をみれば、この楽観は誤りであると言える。第一に、マッギーは、T図式の例の極大無矛盾集合が無数に存在し、そのうちのいずれも再帰的枚挙可能でないことを示した[6]。それゆえ、ホリッジのようにT図式の例の極大無矛盾集合を適切な真理理論であるとみなすことはできない。

第二に、シャピロやケトランドのデフレ主義に対する批判は、適切な真理理論が、デフレ主義的真理理論であるためには満たさなければならない条件を満たしえないと論じることによってなされている。彼らは、デフレ主義者の言う真理の非実質性とは、真理理論が基礎理論の保存拡大であることに他ならないが、一方で適切な真理理論は反映原理を証明しなければならないので非保存的にならざるをえないと論じることによって、デフレ主義を批判した。この種の批判に対して応答するには、具体的な真理理論を念頭に置いて議論を進めねばならない。

本稿では、シャピロやケトランドのデフレ主義批判を検討し、デフレ主義の擁護を試みる。第2節では、本稿の議論で必要となる公理的真理理論をまとめる。第3節では、デフレ主義に対するケトランドとシャピロの反論と、フィールドの応答を確認する。ケトランドとシャピロの批判とフィールドの応答はいずれも型つき真理理論の枠内で行なわれている。現代の公理的真理理論の発展によって、型なし真理理論の性質が徐々に明らかになってきていることを考えれば、ケトランドとシャピロの批判を型なし真理理論の枠組みで検討することは有意義であろう。そのため、第4節では、ケトランドとシャピロの議論が型なし公理的真理理論の枠組みで妥当性を持つかを検討する。本稿の結論は、「適切な真理理論は反映原理を証明しなければならない」という彼らのデフレ主義批判における主張は、型なし真理理論の枠組みでは疑わしいというものである。

２．公理的真理理論

シャピロとケトランドのデフレ主義に対する反論に立ち入る前に、後の議論で必要となる最低限の技術的な事項を紹介する[7]。本稿で扱う理論は、ペアノ算術（PA）に真理に関する公理ないし推論規則を加えたものである[8]。

タルスキがかつて、古典的論文において真理定義の適切性条件として述べたように、『文「雪が白い」が真であるのは、雪が白いときでありそのときに限る』

という双条件文（タルスキ双条件文）を証明できるということは、真理理論にとって本質的であるように思われる[9]。この条件を満たす最も単純な真理理論は、タルスキ双条件文の集合で与えられる。L_{PA} を PA の言語、L_{PA}^+を PA の言語に真理述語「Tr」を加えたものとし、⌜φ⌝を L_{PA} の式 φ のゲーデル数#φ の数項とする。φ が L_{PA} の文であるとき、L_{PA} のタルスキ双条件文は、Tr(⌜φ⌝)←→φ という形の文である。PA の公理に、これら L_{PA} のすべてのタルスキ双条件文と L_{PA}^+の数学的帰納法 IND^+（帰納法図式 $\varphi(0)\&\forall x(\varphi(x)\rightarrow\varphi(x+1))\rightarrow\forall x\varphi(x)$の φ に、$L_{PA}^+$の式を代入した諸式）を加えた理論を TB と呼ぶ。また、PA の公理にタルスキ双条件文と、L_{PA}の式の代入例に制限した帰納法 IND（$\varphi(0)\&\forall x(\varphi(x)\rightarrow\varphi(x+1))\rightarrow\forall x\varphi(x)$の φ に、$L_{PA}$ の式を代入した諸式）を加えた理論を TB^-と呼ぶ。これら TB^-及び TB では、連言の真理が連言枝の真理に依存することを表す「具体的な」言明を証明することができる。例えば、Tr(⌜0=1&5+7=12⌝)←→(Tr (⌜0=1⌝)&Tr (⌜5+7=12⌝)) は TB^-で証明可能である。あるいは、無矛盾律のような論理的真理の具体例、例えば、~(T(⌜0=1⌝) & T(⌜~0=1⌝))を証明できる。

TB や TB^-に対してよく述べられる不満は、TB が真理理論としては弱すぎるというものである[10]。TB は真理述語に関する合成性や特定の形をしたすべての文が真であることを表す一般的な命題を証明できない。合成性とは、「ある文の真理値が、その部分式の真理値によって定まる」という原理である。例えば、$\forall x(\mathrm{Sent}(x\underline{\&}y)\rightarrow(\mathrm{Tr}(x\underline{\&}y)\longleftrightarrow\mathrm{Tr}(x)\&\mathrm{Tr}(y)))$、つまり「連言が真であるのは連言枝がともに真であるときであり、そのときに限る」という式を考えよう。（Sent(x)は x が文であることを表し、コード化を通じて PA で表現可能な述語である。）TB では、合成性を一般的な形で述べた上記の式は証明することはできない。

仮に一般的な形で述べられた合成性が真理にとって本質的であるのであれば、真理理論はそれを明示化する式を含まねばならないということになろう。この発想に基づいて TB や TB^-を拡大した理論が、CT と CT^-である。CT は L_{PA}^+の数学的帰納法 IND^+と次の合成性公理 CT1–4 を PA 公理に加えた理論であり、CT^-は PA の公理に CT1–4 と L_{PA} の帰納法 IND を加えた理論である。（以下では、ハルバッハが採用する表記法にしたがって、s と t は PA の閉項のための変数とし、s°と t°は閉項の値を表すものとする[11]。$\underline{\sim}$は式からその否定への関数を、$\underline{\&}$は二つの式からそれらの連言への関数を、$\underline{\forall}$は式と変数から式の変数を全称量化した式への関数をそれぞれ表す。また、$x(t/v)$は式 x の変数 v に閉項 t を代入した結果を表す。これらの述語及び関数は PA で表現可能である。）

CT1　$\forall s\forall t(\mathrm{Tr}(\ulcorner s \underline{=} t\urcorner)\longleftrightarrow s^{\circ}=t^{\circ})$

CT2　$\forall x(\mathrm{Sent}(\underline{\sim} x)\rightarrow(\mathrm{Tr}(\underline{\sim} x)\longleftrightarrow\sim\mathrm{Tr}(x)))$

CT3　$\forall x\forall y(\mathrm{Sent}(x\underline{\&}y)\rightarrow(\mathrm{Tr}(x\underline{\&}y)\longleftrightarrow\mathrm{Tr}(x)\&\mathrm{Tr}(y)))$

CT4　$\forall v\forall x(\mathrm{Sent}(\underline{\forall} vx)\rightarrow(\mathrm{Tr}(\underline{\forall} vx)\longleftrightarrow\forall t\,\mathrm{Tr}(x(t/v))))$

CT1 は原始文に関する真理条件を与えており、CT2 は否定文の真理条件を、CT3 は連言の真理条件をそれぞれの部分文の真理条件によって与えている。CT4 は全称文の真理条件を、全称文を例化した文の真理条件によって与えている[12]。

CT 及び CT^{-}は、算術文に関するタルスキ双条件文の全ての具体的な事例を証明できる。また、CT 及び CT^{-}は、TB 及び TB^{-}では証明できなかった真理の合成性に関する一般言明（例えば、$\forall x(\mathrm{Sent}(x\underline{\&}y)\rightarrow(\mathrm{T}(x\&y)\longleftrightarrow\mathrm{T}(x)\&\mathrm{T}(y))))$）を含むので、TB 及び TB^{-}より強い。

また、CT は CT^{-}より真に強いことも示されている。このことはケトランドとシャピロのデフレ主義への反論と関わるので、少し立ち入っておく。CT と CT^{-}の違いは、CT^{-}の帰納法 IND が L_{PA} 式の代入例に限定されているので、真理述語を含む式には帰納法を適用できない一方、CT の IND^{+}にそのような制限はないということである。この違いは些細なものに思われるかもしれないが、そうではない。CT^{-}は PA の保存拡大である一方で、CT は PA の保存拡大ではないからである。一般に、理論 T が理論 S の保存拡大であるのというのは、T が S を含み（$S\subseteq T$）、全ての L_S の式 φ に関して、φ が T で証明可能（$T\vdash\varphi$）ならば、S で証明可能（$S\vdash\varphi$）であることを言う。具体的には、CT^{-}が PA の保存拡大であるというのは、算術言語 L_{PA} の式に関する限り、CT^{-}がある式を証明するなら、すでに PA でそれが証明可能であるということである[13]。CT^{-}と違い、CT が保存拡大ではないというのは、「反映原理」（Reflection Principle、RP）と呼ばれる式が証明できるからである。CT では「ペアノ算術で証明可能であれば真である」ということを表現する次の「大域的反映原理」（global reflection principle、GRP）が証明できる[14]。

【大域的反映原理】　$\forall x(\mathrm{Sent}(x)\&\mathrm{Prov}_{PA}(x)\rightarrow\mathrm{Tr}(x))$

ここで $\mathrm{Prov}_{PA}(x)$は PA で表現可能な PA の証明可能性述語である。GRP は PA では証明できないことは次の理由による。GRP を$\ulcorner 0=1\urcorner$で例化し、CT1 を適用すると、（$\mathrm{Sent}(\ulcorner 0=1\urcorner)$が PA で証明できるので、）$\mathrm{Prov}_{PA}(\ulcorner 0=1\urcorner)\rightarrow 0=1$ を得る。PA から $0\neq 1$ が証明できるので、$\sim\mathrm{Prov}_{PA}(\ulcorner 0=1\urcorner)$。したがって、PA の無矛盾性を表現

する式を CT で証明できることになる。$\sim Prov_{PA}(\ulcorner 0=1 \urcorner)$は L_{PA} の式であるが、ゲーデルの第二定理から$\sim Prov_{PA}(\ulcorner 0=1 \urcorner)$は PA では証明できない。したがって、CT は PA の保存拡大ではない。同様の議論によって、次の「局所的反映原理」（local reflection principle、LRP）の例のうち、CT で証明できるが、PA では証明できない式があることもわかる。（$Prov_{PA}(\ulcorner 0=1 \urcorner) \rightarrow 0=1$ がそのような例である[15]。）

【局所的反映原理】　$Prov_{PA}(\ulcorner \varphi \urcorner) \rightarrow \varphi$

TB や CT は、真理述語の反復適用を導出しない点で、「型つき」真理理論である。例えば、TB や CT は $Tr(\ulcorner Tr(\ulcorner 0=0 \urcorner) \urcorner)$を証明することができない。このような型つき真理理論は、真理の反復適用を行わないことでパラドクスを解消する。しかし、我々の真理述語の使用を考えると、型つき真理理論は奇妙である。我々は何かの言明を証明した際、その言明が真であるということにコミットしていると言えるだろう。例えば、ワイルズがフェルマー予想を証明したあとに、彼に「フェルマー予想は真であるか」と問えば、当然肯定的に回答するであろう。すなわち、彼はフェルマー予想を証明したとき、フェルマー予想が真であるという主張にコミットしている。このことは、証明された式が真理述語を含んでいるときにも同様であるように思われる。例えば、我々が 5+7=12 を証明すれば、直ちに選言導入により $5+7=12 \vee Tr(\ulcorner 0=1 \urcorner)$ と証明できる。ここで我々は $Tr(\ulcorner 5+7=12 \vee Tr(\ulcorner 0=1 \urcorner) \urcorner)$とみなすだろう。このように、自らの証明した式を真であるとみなすことが、正しい推論であると我々が考える限り、真理の反復適用を避けることは困難である[16]。

さて、CT を型なし真理理論に自然に拡張すると、フリードマンとシェアドが公理化した型なし真理理論、Friedman–Sheard 理論（FS）が得られる[17]。FS は、次の公理 FS1–4 と推論規則 NECCONEC を PA の公理と IND^+に加えたものである。（$Sent^+(x)$は x が $L_{PA}{}^+$の文であることを表現する式である。$Sent(x)$との違いは、$Sent^+(x)$が真理述語を含む文に適用されうることである。）

FS1　$\forall s \forall t(Tr(\ulcorner s \underline{=} t \urcorner) \longleftrightarrow s^\circ = t^\circ)$

FS2　$\forall x(Sent^+(\underline{\sim} x) \rightarrow (Tr(\underline{\sim} x) \longleftrightarrow \sim Tr(x)))$

FS3　$\forall x \forall y(Sent^+(x \underline{\&} y) \rightarrow (Tr(x \underline{\&} y) \longleftrightarrow Tr(x) \& Tr(y))$

FS4　$\forall v \forall x(Sent^+(\underline{\forall} v x) \rightarrow (Tr(\underline{\forall} v x) \longleftrightarrow \forall t Tr(x(t/v)))$

NEC $\dfrac{\vdash \varphi}{\vdash \mathrm{Tr}(\ulcorner \varphi \urcorner)}$ CONEC $\dfrac{\vdash \mathrm{Tr}(\ulcorner \varphi \urcorner)}{\vdash \varphi}$

FS1–4 は、算術言語 L_{PA} の文だけでなく、真理述語を含む $L_{PA}{}^{+}$の文の真理の合成性を述べた公理である[18]。NEC は、『「φ」が FS で証明されているとき、「φ」から、「φ は真である」を推論してよい』という推論規則であり、CONEC は『「φ は真である」が FS で証明されているとき、「φ は真である」から、「φ」を推論してよい』という推論規則である。『「φ」から、「φ は真である」を推論してよい』と『「φ は真である」から、「φ」を推論してよい』という（パラドクスを導く）素朴な推論規則に、NEC と CONEC は制限を加えている。

FS と CT の違いは、FS が推論規則 NEC 及び CONEC を含んでいることと、FS の公理 FS1–4 が、算術の言語 L_{PA} 文の合成性だけではなく、真理述語を含む $L_{PA}{}^{+}$文の合成性を述べていることの二つである[19]。これらにより、FS は次の反映原理 GRP^{+}を証明する[20]。

【GRP^{+}】$\forall x(\mathrm{Sent}^{+}(x)\&\mathrm{Prov}_{PA}{}^{+}(x)\rightarrow \mathrm{Tr}(x))$

GRP^{+}は、「すべての $L_{PA}{}^{+}$の文について、それが PA^{+}（すなわち、PA の公理に IND^{+}を加えたもの）で証明されるのであれば、それは真である」ということを述べる。GRP^{+}は GRP と違い、PA^{+}に関する反映原理である。

FS は無矛盾だが、ω 矛盾であることが知られている[21]。ω 矛盾であるのは、FS（より弱い体系）に次のマッギーの定理が成り立つことによる。

【マッギーの定理】PA の公理を含み、推論規則 NEC で閉じている理論 T が、$\forall x(\mathrm{Sent}^{+}(\underline{\sim} x)\rightarrow(\mathrm{Tr}(\underline{\sim} x)\rightarrow\sim\mathrm{Tr}(x)))$ 、 $\forall x\forall y(\mathrm{Sent}^{+}(x\underline{\&}y)\rightarrow(\mathrm{Tr}(x\underline{\&}y)\rightarrow\mathrm{Tr}(x)\&\mathrm{Tr}(y)))$ 、 $\forall v\forall x(\mathrm{Sent}^{+}(\underline{\forall} vx)\rightarrow(\mathrm{Tr}(\underline{\forall} vx)\rightarrow\forall t\mathrm{Tr}(x(t/v))))$を証明するならば、T は ω 矛盾する[22]。

FS は（PA、FS2–4、NEC を含むので）マッギーの定理の前提を満たし、それゆえ、FS は ω 矛盾である。ω 矛盾は矛盾と同様、受け入れがたいと多くの人に考えられている以上、FS は適切な真理理論とは言えない[23]。

３．ケトランドとシャピロの反論とフィールドの応答

第 2 節で確認したように、CT は PA に対して保存的な真理理論ではない。この事実に基づいて、ケトランドとシャピロはデフレ主義に反論する。まず、ケトランドは「仮にデフレ主義者が主張するように、真理が非実質的であるというなら、真理理論は保存的であるべきである」と述べ、真理の非実質性を保存性と同一視する[24]。同様に、シャピロも次のように主張する。

> もし真理が帰納法原理に現れることが認められるなら、その概念が薄く非実質的であると主張するのは直観に反する。もしそれに頼ることによって自然数についてより多くのことが学べるのであれば、算術的真理の概念はどれほど薄いものでありうるのか。この非実質的であると想定された間接的是認のための単なる道具が、いかにして以前は打ち立てることができなかった自然数についての事実を打ち立てることができるようになるというのか[25]。

彼らは「真理は非実質的である」というデフレ主義の主張を、「真理に関する原理を基礎理論に加えた理論は、基礎理論の保存拡大とならねばならない」という主張として解釈する（保存性解釈）。保存性解釈に基づけば、CT がデフレ的真理理論ならば、CT は PA の保存拡大にならねばならない。しかし、CT は PA の保存拡大ではない。それゆえ、CT はデフレ的真理理論ではない。

CT^-は CT と違い、PA の保存拡大である。それゆえ、デフレ主義者はCT^-に撤退すればよいだけであると思われるかもしれない。ここでシャピロはさらに、我々が IND^+ではなく、IND のみを受け入れることはできないと論じる。

> デフレ主義者であろうとなかろうと、新しい言語に帰納法図式を拡張することに異議を唱える良い理由はない。［中略］非形式的には、帰納法原理は、いかなるうまく定義された性質（あるいは述語）に関しても、それが 0 にあてはまり、後続者関数で閉じているのであれば、すべての自然数にあてはまるということである。その性質というのが元々の一階理論で特徴づけられうるかは問題ではない。

それゆえ、デフレ主義者は非保存的なCTを受け入れることも、CT$^-$に撤退することもできない。したがって、「CT が真理理論に本質的である」ならば、デフレ主義は誤りである。

さて、デフレ主義を批判するためには、「CT が真理理論に本質的である」ということを論じなければならない。CTの不可欠性を導く彼らの議論は、「CTなしでは真理に関する重要な一般言明を証明できない」というものである[26]。ケトランドとシャピロは、GRP の証明には CT が必要であり、それゆえ、CT は真理理論に本質的であると考えた。ケトランドは次のように述べる。

> 我々は、基礎理論Sが与えられたとき、大域的反映原理「すべてのSの定理は真である」が証明できることを望む。実際、我々はこのことを真理理論の適切性制約として採用するであろうと思われる。
>
> （B）基礎理論 S は反映原理が証明可能になるように真理公理と組み合わせるべきである[27]。

では、なぜ真理理論はGRPを証明しなければならないのか。彼らの議論は次のようなものである[28]。我々がPAを受け入れるとき、我々はさらに「PAの定理は全て真である」という主張（GRP）を受け入れることにコミットしている。前節で述べたように、GRP は PA の定理ではない。それゆえ、「我々が PA を受け入れるときに、GRP にコミットしている」ということは、「我々が PA を受け入れるときには、それらの論理的帰結にコミットしているのだ」と述べるだけでは説明できない[29]。彼らによれば、このコミットメントはCTに表現された真理概念に訴えることによって説明可能になる。したがって、我々が PA を受け入れるとき、RP にもコミットしているということを説明するためには、RP を証明する真理理論（CT）を使用しなければならない。それゆえ、CTは真理理論に不可欠である。

この議論が正しく、CT1–4が真理理論に不可欠であり、また我々はIND$^+$を受け入れなければならないのであれば、CT の保存性の破れは、デフレ主義が誤りであるということを導くと思われるかもしれない。しかし、フィールドは、真理述語を含まない例に帰納法を制限することが不自然であるというシャピロの主張に同意した上で、ケトランドやシャピロの議論に対し、次のように応答している[30]。ケトランドやシャピロによれば、我々はGRP等の言明を証明することを望んでおり、PAとCT1–4とIND$^+$からなるCTはGRPの証明に必要である。しかし、このことから（CT1–4はともかく）IND$^+$が真理概念にとって本質的であるということ

は帰結しない、とフィールドは主張する。というのも、IND^+が真理に本質的であるのならばIND^+の正しさは真理の本性に「のみ」依存しているのでなければならない。しかし、これは誤りである。というのも、帰納法は真理以外の他の述語についても成り立ち、帰納法の正しさはむしろ、自然数が線形順序であり、有限の先行者しか持たないことによるからである。それゆえ、真理にとって本質的な原理は CT1–4 だけであり、IND^+を含む CT が保存的でないからといって、CT がデフレ的でないということにはならないとフィールドは応答する。このように、フィールドは、合成性公理が真理にとって本質的であるということを受け入れた上で、CT の保存性の破れの「原因」をIND^+に求め、IND^+が真理にとって本質的な原理ではないと論じることによって、デフレ主義を擁護した。

４．ケトランドとシャピロの論法は型なしの真理理論に一般化可能か

シャピロやケトランドの議論は次のようなものであった。（1）適切な真理理論は RP を導出しなければならない。（2）反映原理を証明する真理理論は、合成性公理を含む理論 CT である。（3）合成性公理を含む真理理論 CT は RP を証明するので、保存的ではなく、それゆえ、保存性解釈により、デフレ的ではない。（4）デフレ的な真理理論は適切な真理理論ではないのだから、デフレ主義は誤りである。彼らの議論は、型つき真理理論 CT^-や CT を念頭に置いて展開されていた。ここで私が検討したいのは、「シャピロやケトランドの議論が、型なし真理理論の枠組みにおいて妥当であるのか」ということである。私は（1）の要求が、型なし真理理論の枠組みでは不合理な帰結を持つため、彼らの議論の前提（1）は型なし真理理論の枠組みでは妥当ではないということを示すことで、彼らのデフレ主義批判に疑問を投げかけたい。

さて、第 2 節で紹介した真理理論 FS は、CT の型なし真理理論への自然な拡張である。FS の問題は、マッギーの定理により ω 矛盾することであった。以下では、ケトランドとシャピロの同様の議論が、ω 矛盾している理論 FS を正当化することを示すことによって、彼らの議論が型なし真理理論を議論の俎上に載せたときには疑わしいものになることを示す。

ケトランドが「適切な真理理論からは GRP が証明されなければならない」と主張した理由は、「我々が PA を受け入れるとき、GRP にコミットしている」という事実が真理理論によって説明可能になると考えたからであった。仮にこの論法が正しいのであれば、我々は同様の仕方で「適切な真理理論からは GRP^+が証明

されなければならない」と論じることができる。まず、我々が PA$^+$を受け入れるとしよう。実際、PA$^+$は数学的帰納法に真理述語が現れることを除いては、PA と同じ理論である。帰納法はいかなる言語で書かれた式に関しても成り立つ原理であると思われるから、PA$^+$を受け入れることに何ら問題はない。実際、第 3 節でみたように、シャピロも帰納法図式を恣意的に真理述語が含まれないものに限定することはできないと論じていた。

このように我々が PA$^+$を受け入れるならば、PA を受け入れる際に GRP にコミットするのと同様、PA$^+$に関する反映原理 GRP$^+$にコミットしていることになる。さて、ケトランドが論じるところによれば、この種のコミットメントを説明するのが真理理論の役割であるから、適切な真理理論は GRP$^+$を証明しなければならない。ここで、CT が GRP を証明する自然な理論であったように、GRP$^+$を証明する自然な理論は FS である。したがって、適切な真理理論は FS を含まなければならない。

さて、FS はマッギーの定理の前提を満たし、ω 矛盾である。したがって、ケトランドとシャピロの論法を型なし真理理論に一般化すると、適切な真理理論は FS を含まねばならず、それゆえ、適切な真理理論は ω 矛盾しているということが導かれる。これは受け入れがたい不合理な結論である。このように、ケトランドとシャピロの論法は、型なし真理理論の枠組みに一般化すると不合理な結論をもたらす。このことは、元々の彼らの「適切な真理理論からは反映原理が証明されなければならない」という主張は直観的であったとしても、一般的には誤りであることを示唆しているように思われる。

５．結論

本稿では、ケトランドとシャピロの保存性解釈に基づいたデフレ主義批判を検討した。ケトランドとシャピロは、保存性解釈を採用した上で、適切な真理理論は反映原理を証明しなければならないと主張した。そして、反映原理を証明する CT 等の保存的でない理論が真理理論として適切であるがゆえに、デフレ主義は誤りであると論じた。ケトランドとシャピロの批判に対しては、「真理述語を含んだ帰納法は真理に本質的ではない」という、フィールドの議論によってひとまず応答することができるだろう。

ケトランドとシャピロの議論は、型つき真理理論を念頭に置いて展開されていた。ここで型なし真理理論に議論の範囲を拡大すると、フィールドの議論とは独

立に、彼らの議論に反論することができると私は論じた。ケトランドとシャピロの論法によって、型つき真理理論として CT が適切であるとされたのと同様に、型なし真理理論の枠組みでは、FS が適切な真理理論であるという結論が導き出されうる。というのも、FS は反映原理 GRP^{+}を証明するからである。問題は FS が ω 矛盾していることであり、彼らの議論は ω 矛盾している理論を適切な真理理論として選び出すという不合理な結論を導くように思われる。したがって、ω 矛盾した真理理論を適切な真理理論とみなすことができない以上は、型なし真理理論に関する枠組みでは、彼らの議論を使ってデフレ主義を批判することができないと考えられる。

---

[1] 「真理とは何か」という問いをめぐる哲学の一部門を「真理論」と呼び、ある哲学的真理観を反映ないし特徴づける形式的理論のことを「真理理論」と呼ぶ。

[2] Horwich（1998, 6）「⌜φ⌝は真である⟷φ」における⌜φ⌝は、文 φ を指示する名である。ホリッジによれば真理の担い手は命題であるが、本稿では真理の担い手は文であると仮定する。

[3] 嘘つきパラドクス。「L は真ではない」という嘘つき文を L と名付ける。L を T 図式に当てはめれば、「L は真である⟷L は真ではない」となり、古典論理では「L は真である&L は真ではない」という矛盾が導かれる。

[4] Horwich（1998 , 40–43） 及び McGee（1992, 236）を参照。

[5] Horwich (1998, 42)

[6] McGee（1998）

[7] 詳しくは Halbach（2011）や Horsten（2011）を参照。

[8] PA を基礎理論として扱うのは、現行の真理理論の多くが PA を基礎理論として扱っていること、PA の性質が比較的よく理解されていること、コード化を通じて構文論をシミュレートするのに十分であることによるのであって、本質的な事柄ではない。また、構文論のシミュレートには PA の帰納法を含まない部分理論、ロビンソン算術で十分である。

[9] 規約 T。（Tarski 1956, 187–188）ただし、後に述べるように、タルスキは規約 T を満たすことを、適切な真理理論であるための「十分」条件であるとは見なさなかった。本稿第 3 節を参照。

[10] この種の不満は Tarski（1956）に由来する。本稿第 3 節を参照。

[11] Halbach（2011）

[12] このことが可能であるのは、PA の意図されたモデルである自然数構造の全ての対象が、L_{PA} で名前を持つからである。一般的にはこの条件は満たされず、仮に基礎言語が意図された構造の対象の名前を持たない場合は、真理条件を列に相対化し、充足の概念を使用して量化式の真理条件を与えなければならない。

[13] Halbach（2011）

[14] 証明はHalbach（2011, 104）を参照。

[15] 実際、レーブの定理により、「PA⊢ φ」と「PA⊢ Prov_{PA}(⌜φ⌝)→φ」は同値であるから、LRPのうち、PAで証明可能であるのは、φがすでにPAで証明可能であるときのみである。

[16] 陳腐でない例をあげれば、「谷山–志村予想が真であるならば、フェルマー予想は真である」という予想が真であるかと（この予想を証明した）リベットに問えば、肯定的に回答するだろう。型つきの真理理論のさらなる問題に関しては、Kripke（1975）を参照。

[17] Friedman and Sheard（1987）本稿のFSの公理化はHalbach（2011）による。第一の推論規則がNECと呼ばれるのは、この推論規則が様相論理の必然化規則（Necessitation）⊢φ / ⊢□φと類比的であるからである。必然化規則と同様、FSのNECが適用できるのは、前提が証明されているときに限られる。

[18] ただし、FSの公理は、算術言語の文の真理の合成性と、真理述語を含む文の合成性を完全に平行的に扱うわけではない。FS1は真理述語とタームからなる原始文Tr(s)の真理条件については直接的には何も述べない。FS1はCT1と同じである。実際、∀s(Tr(⌜<u>Tr</u>(s)⌝) ←→Tr(s°))はFS2と矛盾するので、真理述語を含む原始文を算術言語の原始文と平行的な形で扱うことはできない。そのため、FSが文の真理の合成性を一般的に述べているかに関しては疑問が残る。

[19] Friedman and Sheard（1987）

[20] GRP$^+$の証明は、Halbach（2011, 162）を参照。

[21] FSの無矛盾性に関しては、Friedman and Sheard（1987）及びHalbach（2011, 172）を参照。理論Tがω矛盾しているのは、T⊢∃xφ(x)であり、すべてのnについてT⊢~φ(n)であるときでありそのときに限る。

[22] マッギーの定理の証明はMcGee（1990, 定理1.5）を参照。また、FS等のω矛盾理論におけるω矛盾の原因に関する研究としては、Leitgeb（2001）がある。

[23] Horsten（2011, 112）

[24] Ketland（1999, 79）

[25] Shapiro（1998, 499–500）

[26] 本稿で焦点を当てるケトランドとシャピロの議論以外に、タルスキの議論がある。タルスキは『形式化された言語における真理概念』において、TBのような理論の無矛盾性を証明したあとで、次のように述べる。「[TBに相当する理論の無矛盾性の]結果の価値は、[TBに相当する理論の公理]が非常に限られた演繹力しか持たないという事実によって相当に減ぜられる。それらに基づく真理理論は、最も重要で実りある一般的定理を欠く、極めて不完全な理論となるであろう。具体的な例によって、より詳細にこのことを示そう。文関数[~Tr(x)∨~Tr(<u>~</u>x)]を考えよ

う。もしこの関数の変数 x に文の構造記述名を代入すれば、我々は無限に多くの定理を得るが、規約 T から得られる公理に基づいたその証明は、何ら困難をもたらすものではない。しかし、この命題関数の全称量化、つまり、一般矛盾律に移行すれば、状況は根本的に変わる。直観的な立場から見れば、これらの定理[矛盾律の具体例]はそれ自体すでにこの一般原理の証明である。この原理はいわば、これらの特殊定理の無限論理積である。しかし、このことは通常用いられる普通の推論様式をもちいて、これらの公理と定理から、矛盾律を実際に導出できるということは全く意味しない。」このタルスキの議論は次のようにも解釈できるかもしれない。すなわち、我々はそれぞれの無矛盾律の具体例を受け入れるとき、直観的にはその全称化した命題、つまり、一般無矛盾律を受け入れることにコミットしている。それゆえ、適切な真理理論は、そのコミットを正当化するような原理、すなわち、一般無矛盾律を導出する CT1–4 等の合成性公理を含まなければならない。このように解釈すると、ここでのタルスキの議論は、ケトランドとシャピロの議論に非常に近い議論になる。（タルスキの場合には、一般無矛盾律の導出のために合成性公理が要請され、ケトランドとシャピロの場合には、RP の導出のために合成性公理が要請される。）

しかしながら、このように解釈されたタルスキの議論には疑問を呈することができる。一般に、個別命題のすべてを受け入れることは、全称命題を受け入れることに必ずしもコミットしない。例えば、数学的帰納法を疑い、PA は拒絶するがロビンソン算術は受け入れるような哲学者が、0+1=1+0、1＋2＝2＋1 等の加法の可換性の例を受け入れるとしよう。このとき、彼は一般可換性 $\forall x \forall y\ (x+y=y+x)$ を受け入れることにコミットしているとは思われない。（ロビンソン算術では帰納法を持たないために一般可換性を証明できない。）一般に、すべての個別命題を受け入れることは、全称命題を受け入れることにコミットしているように思われるのは、個別命題が全称命題を確証することを、全称命題がすべての個別命題の「帰結」であることと取り違えていることによる。すべての個別命題を受け入れながら、全称命題を拒否することの不自然さは、ある命題を確証するような他の命題を受け入れながら、その命題を受け入れないということによるのであって、彼が言明の帰結に関して混乱しているということによるのではないと思われる。

[27] Ketland（2005, 78）

[28] 主にここでの議論は、Ketland（2005）による。ケトランドは彼自身の議論を Shapiro（1998）が共有していると見なしている。

[29] 我々が φ を受け入れ、ψ が φ の論理的帰結であるとき、我々は ψ にコミットしていると言えるかもしれない。論理的帰結と我々の心的態度に関する規範言明のこのような関係は、架橋原理（Bridge Principle）と呼ばれ、MacFarlane（unpublished）以降、様々に議論されている。我々

のRPへのコミットに基づいて議論する際には、架橋原理に類するものの妥当性を検討しなければならないように思われる。実際、Tennant（2002）の議論を検討する際、Ketland（2010, 428–429）は架橋原理に類比的な原理に言及している。RPと架橋原理の関係は興味深い話題ではあるが、詳論は別の機会に譲る。

[30] Field（1999, 538）

［参考文献］

Field, Hartry 1994. “Deflationist Views of Meaning and Content,” *Mind*, 103, 411, 249–284.

Field, Hartry 1999. “Deflating the Conservativeness Argument,” *Journal of Philosophy*, 96, 533–540.

Friedman, Harvey and Sheard, Michael 1987. “An Axiomatic Approach to Self-Referential Truth,” *Annals of Pure and Applied Logic*, 33, 1–21.

Halbach, Volker 1994. ‘A System of Complete and Consistent Truth,’ *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 35, 311–327.

2011. *Axiomatic Theories of Truth*, Cambridge University Press.

Horsten, Leon 2011. *The Tarskian Turn: Deflationism and Axiomatic Truth*, MIT Press.

Horwich, Peter 1990. *Truth*, Basil Blackwell, Oxford; 2nd edition, 1998, Clarendon Press.

Ketland, Jeffrey 1999. “Deflationism and Tarski’s Paradise,” *Mind*, 108, 429, 69–94.

2005. “Deflationism and Gödel Phenomena,” *Mind*, 114, 453, 75–88.

2010. “Truth, Conservativeness, and Provability: Reply to Cieslinski,” *Mind*, 19, 423–436.

Kripke, Saul 1975. “Outline of a Theory of Truth,” *Journal of Philosophy*, 72, 690-716.

Leitgeb, Hannes 2001. “Theories of Truth which have no Standard Models,” *Studia Logica*, 68, 69–87.

MacFarlane, John unpublished. “In What Sense (If Any) is Logic Normative for Thought?,”.

McGee, V. 1990. *Truth, Vagueness and Paradox*, Hackett Publishing.

1992. “Maximal consistent set of Tarski’s Schema (T),” *Journal of Philosophical Logic*, 21, 690–716.

Quine, Willard V. O. 1970. *Philosophy of Logic*, 2nd edition, Harvard University Press.

Reinhardt, William 1986. “Some Remarks on Extending and Interpreting Theories with a Partial Predicate for Truth,’ *Journal of Philosophical Logic*, 15 (2), 219-251.

Shapiro, Stewart 1998. “Proof and Truth: Through Thick and Thin,” *Journal of Philosophy*, 95, 493–521.

Tarski, Alfred 1956. *Logic, Semantics, Metamathematics*, Clarendon Press.