東京大学哲学研究室『論集』34号（2015年度）
pp.178-191

記号と空間

—ライプニッツ幾何学への予備的考察—

阿部　皓介

1．序論

本稿では、ライプニッツの幾何学の哲学、ひいては空間論を検討するための予備的考察を行う。具体的には、ライプニッツの初期（1666年）から前期の末（1679年頃）に到る数学的記号法の変遷をたどることによって、前期ライプニッツ幾何学の主著とも言える『幾何学的記号法』（1679）で展開される議論及びその哲学的な含意を理解するための足場を確保したいのである。記号法の考察は一見すると、数学史における極めて技術的な議論のように思われる。しかしながら、普遍記号学を構想し、「記号についての考察は我々を事物から遠ざけるのでは無いかと恐れるべきではなく、むしろ事物の最深部へと導いてくれる」（GM IV, 261）と述べるライプニッツにとって、それは彼の哲学的な態度と密接な関わりを持つものである。他方で彼自身の思索が、記号法が持つ形式の力（vis formae）によってどのように導かれていったのかという内実を知るためには、普遍記号学というプログラムだけでなく、各分野における具体的な記号使用とその変遷を検討する必要がある。そして、少なくとも数学という分野における記号実践の内には、プログラムに完全に還元されていないような豊かでかつ必ずしも自覚されていないような哲学的アイデアが含まれているように私には思われる。ただ、そのような作業は微積分を除いては余り行われていないように思われる。それ故、このような研究状況に対して幾何学を中心としたささやかな補完作業を試みる本稿の目的はライプニッツ研究において決して無意味ではあるまい。

それではライプニッツの幾何学そのものの哲学的意義についてはどうであろうか。ライプニッツの幾何学研究は、現代数学におけるトポロジーの萌芽と見なされることがあるにせよ、微積分の輝かしい成功と比べると結局のところ失敗に終わった試みであると見なされることも多く、本格的な研究は未だ緒に就いた段階である。そして、そもそもライプニッツの思想体系において幾何学の位置付けが重要性を持つのかということも問われてしかるべきであろう[1]。周知の通り、

Belaval はその古典的な研究においてデカルトの幾何学主義に対してライプニッツの算術主義を対置している。勿論、ライプニッツの思考において算術モデルが重要であることは事実であるが、そのことは必ずしも幾何学の排除を意味するわけではないのではないだろうか。何故ならばライプニッツは従来の幾何学に安住していたわけではなく、一方でユークリッド幾何の基礎を問い直し、他方では位置解析と呼ばれる新しい幾何学を構想しているからである。そして普遍数学を拡張し、量や相等性のみならず、質や相似を扱うという野心は新しい幾何学研究との密接な連関を示唆するものであろう。実際 Belaval 自身も、尺度のない順序を考察するというデカルト的な制限を超えたものとして位置解析の名前を挙げているのである（cf. Belaval 1960, 221）。

他方で、そのようなライプニッツの幾何学が持つ、哲学的意義を引き出すためには、その前提作業として算術主義を検討することもまた必要なのである。実際以下で述べるように、ライプニッツ幾何学においてはその構想や方法の起源として、結合法論以来の算術主義が重要な役割を果たしているのであり、それ以後の展開は、その立場に対してどのような距離をとるかということによって理解されなければならないのである。

以上を踏まえて本稿の議論の進行の骨子を説明しておこう。まず、前期ライプニッツにおける幾何学に対して記号法が持つ意義を、Granger の議論を手がかりとしながら概観した上で（=2 節）、前期ライプニッツの幾何学の哲学が集約的に展開される『幾何学的記号法』に至るまでの一連のテクストにおける数学的記号法の変遷の検討を通して、この時期のライプニッツの思索の特質、特にその算術主義的傾向を確認し（=3 節）、『幾何学的記号法』におけるライプニッツの幾何学の哲学の解明という本来為されるべき作業の前提を確認する（=4 節）、という順に議論を進めたい。

２．幾何学と記号法の関係

ライプニッツの位置解析の研究は晩年に到るまで継続しているが、1679 年の『幾何学的記号法』までの時期を仮に前期と呼ぶことにすると、その時期においては「位置」を直接に表現するための記号法の創案という側面が強い。1670 年代後半はちょうど普遍記号学に関する様々な試みが行われている時期であり、その論理学への応用として論理計算に関する試論が書かれる一方で、哲学上でも「対話」（1677）や「観念とは何か」（1678）など記号と密接に関わる「表出（expressio）」

概念が登場するようになる時期であるから、普遍記号学の応用という観点では全く不自然ではない。他方で、数学の側から考えるならば、ライプニッツにはデカルトの批判及び超克という動機もあったと考えられる。すなわち幾何学のための記号法という発想は、パリ期の数学研究を背景としながらデカルト流の代数解析の記号法を批判する中で生まれてきたという部分が大きいのである。実際『幾何学的記号法』において「代数記号は空間において考察されなければならないものを全て表出するわけではないし、点の位置自体を直接には表示（significo）せず、量による長い迂回路を介して扱う」（GM I, 183）として、幾何図形が持つ位置を、量を表示する代数記号を用いた間接的な仕方ではなく、直接的に表現するような新しい記号法の必要性を訴えているのである。

それでは幾何学の性質を反映した記号法とはどのようなものであるべきなのであろうか。そのための補助線として、空間論と幾何学の関係について啓発的な論を展開している Granger の議論を見てみたい。

Granger は、幾何学的形の概念化に関する歴史的考察においてライプニッツを高く評価している（cf. Granger 1999, 39-41）。Granger によれば、ライプニッツの位置解析は 19 世紀末以降に発展する代数的トポロジーを先取りしたものであり、その探求においては二つの現代的な視点が採用されている。一つ目は変換に対して不変なものを形と見なすというものであり、これを Granger は図形に対する自己同型な写像がなす群を考える[2]というクラインのエルランゲンプログラムの先駆として考えているようである。もう一つの視点は形の構成を組み合わせ的に捉えるというものであり、これは代数的トポロジーにおけるホモロジー[3]を先取りしたものとして考えられている。Granger によると、以上のような幾何学的形に関する二つの現代的な視点はライプニッツにおいても現れている。組み合わせ的視点について「図形の原始的な要素による結合法」（Granger 1999, 41）と述べられており、変換に対する不変性については『幾何学的記号法』に依拠して、「直線はそれに属する点の内二点を固定した時に形を変化させることなく移動させることが出来ないものとして定義され、円についても同様の定義がなされたのである」（Granger 1999, 40）と述べている。以上のような Granger の議論の射程と限界をライプニッツ幾何学の検討から明らかにする作業は大変興味深いが、本稿の枠を超えてしまうため、全面的な展開は別の機会に譲ることとする。ただし、記号法に着目した予備的考察という観点から一点だけ考察してみたい。それは、以上のような二つの視点はライプニッツにおいて、幾何学それ自体というよりも記号法の問題なのではないかということである。二つの視点のうち、組み合わせに関し

ては『結合法論』以来の問題関心であるが、不変な要素への着目についてはどうであろうか。そのことを検討するためにも、次節では『幾何学的記号法』へと到るライプニッツの記号法の変遷を辿ってみよう。

３．記号法の変遷

３．１　位置と caput の理論

本節では、ライプニッツの記号法の特徴を検討した上で、それが Granger の指摘する変換に対する不変性と組み合わせという二つの視点とどのように関わるかを見る。具体的には『結合法論』における caput の理論、そして「普遍性の方法について」における多義的符号や普遍性の方法、そして「新解析の実例」（GM VII, 7-8）に現れる所謂仮構数の理論などを検討する。まず最初期の『結合法論』（1666）から検討してみよう。Amunategui によると、『結合法論』において最も重要な概念は変様の caput（caput variationis）[4]であるとされる。これは組み合わせ論において、ある種の制限つきの順列を表しており、特に caput の要素が一つで同質なものがないような場合にはモナディックと呼ばれ、その場合には、要素の置換に対して不変な要素として特徴づけることが出来る[5]。そして、caput の定義が「変様の特定の部分の配置（positio）」、同質の定義が「caput を保ったまま、与えられた場所に対して配置することが可能なもの」となっていることから（A VI, 1 173）、caput は配置や順序を付与するものとされる。その上で、組み合わせが数論で扱われ、順列が図形数（arithmetica figurata）の理論で扱われることに着目して、caput は数に対してある種の空間的配置を与えるものであると解釈している。caput は必ずしも置換に対して不変であるとは限らず、また caput が数に対して空間的配置を与えるメカニズムが必ずしも明瞭でないという二つの点で Amunategui の解釈には問題があるが、不変要素に着目し、それを利用して数論によってある種の位置関係を統制するというライプニッツの姿勢を『結合法論』において浮かび上がらせ、数論と質や位置についての考察を関係付けたという意味で示唆的な解釈であろう。ライプニッツにおいて図形数の理論は、代数解析を本格的に学んで以降の「計算の原理」（1679）においては「Algebra symbolica seu Arithmetica figurata」という仕方で記号代数と併置され、数に対して空間的な位置関係ではなく記号を割り当てることを意味するようになる。そしてこのような代数解析の記号法は『結合法論』においては肯定的に評価されていたが、この時期には批判的に捉えられる場面が増えてくる。それはライプニッツにおいて文字に対する数の優位性とい

う仕方で定式化され、後に「代数学の新機軸」において仮構数と呼ばれるような記号法を生み出すことになる。

３．２　普遍的方法と多義的符号

仮構数の議論に入る前に、「普遍性の方法について」（1674）における多義的符合(signa ambigua)について見ておこう。ライプニッツはこのテクストにおいて、恐らくデザルグやパスカルに触発されて、数学の問題における多様なケースを一括して扱うような「普遍性の方法」を志向する。そのための道具として多義的記号（caractère ambiguë）を考案し、それを符合（signe）と文字（lettre）に分類した。前者は演算に後者は線や量に対応づけられ、それらが多義的な（ambigu）場合について考察がなされている。目下の議論においては特に多義的符合が重要である。その場合多義的符合とは、+と−を±として一括して表現するというものであり、例えば、$a+b$ と $a-b$ は、一括して $a \pm b$ と表現される。これ自体は代数的な記号法であるし、実際ライプニッツが多義的符合を導入する場合、無理数との関係（例えば $x^2-2=0$ の場合、解は $\sqrt{2}$ と $-\sqrt{2}$ の二つが出てくることになる）で論じている箇所も多く、「普遍性の方法について」においては無限小との関係でも考察がなされている。しかしながら、この多義的符合は後の幾何学的記号法につながる萌芽を持っているのである。

ライプニッツにおいて、符合は文字の間に成り立つ量の関係として規定されているが、その多義的符合の具体例の一つは、三点 A、B、C が同一直線上にあるための条件を一つの方程式で一括して表現するというものであり、そこで問題となっているのは量というよりもむしろ三点の配置関係である。実際この問題は後の記号法の試みにおいても扱われている。以下ではこの具体例を検討する。

> 三点 A、B、C がその上に乗っているような不定な線分があるとせよ。そして線分 AC は未知であり、その量は他の二つの線分 AB と BC によって説明されるとせよ。この時、三点は様々に並べられうるが、この多様性をより容易に数え上げるために、二点（例えば A と B）を固定点あるいは不動点とみなし、三つ目の点 C を流動点（ambulatoire）あるいは動点と見なそう。というのも、運動においてそうであるように、ここでも変化とは相対的な事物であって、任意の点を固定点と考えてよいからである。しかるに、もし流動点 C が二つの場所、すなわち A と B の間または B を超えた場所（その場合、B は A と C の間に存在する）にしか存在しえないならば、[…] 一番目のケー

ス（AC=AB-BC）と二番目のケース（AC=AB+BC）の代わりとして、我々は多義的な一般式（AC=AB±BC）を構成する。（C 125-126）[6]

厳密には C が流動点である場合の位置変化は、点の並びが CAB の順になる場合（AC=−AB+BC）も存在するはずだが、それは引用部以降で「+±」や「+∓」などの新しい多義的符合が導入されることによって表現されている。以上の補足を踏まえた上で、上記の引用箇所について二つのことが注目される。一つは運動を例示しながら、変化の相対性を用いることで問題を絞り込んでいることである。その場合、近傍と見なすことができる点が同じであるような点の配置は同一視されている（例えば ABC と CBA）。もう一つは多義的符合によって一括して表現しようとしているものは、幾何学的には固定点 B に対する流動点 C の位置の変化、更に言えば A、B、C という三点の間の位置関係の変化として解釈されているということである。算術に出自を持つ符合が、運動や変化の概念を通して、点同士の位置関係を表現する記号へと変質していることが分かる。特に点 C の位置は点 B に対して線対称になっていることを考えると、計算を簡潔にするとともに、対称性を持つものを普遍的に一括して扱おうとしていたことが分かる。

ライプニッツの記号法において対称性がある種の仕方で意識されていることは、対称式を考察する際に用いる型（forma）や公正の法則からも見て取れる。公正の法則は、対称式や交替式において、文字を置換しても同一である場合や符合のみが変わる場合を公正さが保たれていると考えて同一視する原理であり、それは型と呼ばれるような記号表示を介して行われる。例えば、$(x+y+z)^3 = \underset{\cdot\cdot}{x^3} + 3\,\underset{\cdot\cdot}{x^2}\,y + 6\underset{\cdot\cdot}{xyz}$ という式の場合には、$\underset{\cdot\cdot}{x^3}$ は $x^3+y^3+z^3$ を表現しており、同様に二つの点がついた項は、文字の置換によって入れ替わりうるような文字とそれにつく符合とを一括して表現している。このことから分かるように、ライプニッツにおいては数学的対象が持っている対称性を理解しているが、逆にそれを利用して無駄を省くために記号表示としては省略されてしまい対称性が崩された表示になっていることが分かる。つまり、ライプニッツが行っていることは、Granger がライプニッツに帰したような「対象を保つ変換の性質を探求する」というアイデアよりも、むしろ変換によって移り合う対象同士を同一視して、一つの代表元で表すという意味で現代的には商集合を構成していると言った方がよいだろう。

上記の例において、対象の側に省略記号が付与される一方で変換が記号化されていないということからも分かる通り、構成された商集合においては、当該変換は恒等写像になってしまうため、対象と変換という対は意識されておらず、変換を対象の側が取り込むような構図になってしまう。このことは Granger の言葉を借りるならば操作が対象化されていないということの現れと言えるかもしれない。つまり、ライプニッツは、同型写像にあたる表出概念を持ちながらも、変換はあくまで対象を前提としたものであり、対象抜きの変換の性質を考えるということはありえないということである。しかしながら、それは知識論的な観点では積極的な選択でもあったと思われる。ライプニッツにとって記号表示において唯名論的な「節約の原理」をとることは、人間の有限な知性によって物事を理解する上でとても重要な役割を持っているからである。ライプニッツは、このようにある変換によって入れ替わるような対象同士を同一視して、それを代表元によって表すという手法を「普遍性の方法」と呼んで高く評価しているように思われる。そして個々の数に対して、それらを抽象的に表すような未知項 x を割り当てるという代数解析の手法とは鋭く区別している。

３．３　数記号の重視と仮構数

上記のような区別が明確に現れている例として、『人間知性新論』第 4 部 7 章では、和が 10、差が 6 となるような問題を解くということを例に挙げながら普遍的規則と個別の計算を対比しており（A VI, 6 409-11）、この後者にあたる事例は代数解析なのである。その場合、まず求める二つの数に対して記号を割り振って $a+b=10, a-b=6$ とする。次に両式の和をとると、$a+b+a-b=10+6$、よって $2a=16$ となるから、$a=8$ となる。同様に両式の差をとって $b=4$ を導いている。しかし、この方法は、10 や 6 ではない場合についても成り立つような一般的な手法ではないと批判される。これは、10 や 6 にも記号を割り当てればよいということを即座に思いつく我々からすると奇妙な批判のように思われるが、ここでは代数的手法を、求める数に対して記号を割り振るという意味で解しているのである。実際ライプニッツはその直後に 10 と 6 の代わりに x と v を割り当てて、同様の計算を行い、$a=\frac{1}{2}(x+v), b=\frac{1}{2}(x-v)$ を導出している。しかし、これ自体はやはり一般的な手法とは呼ばれず、ここから引き出される「和と差が与

えられている二つの数を求める場合、求められている大きい方の数は与えられた和と差の値の合計の半分をとり、小さい方の数は与えられた和と差の値の半分をとりさえすればよい」という言明が一般規則と呼ばれることになる。さらに重要なことには、以上のように x や v という計算は文字なしですますことが出来ると主張される。それは 10 と 6 の計算の中で式の和と差をとる際に、$2a=16$ や $2b=8$ と表記せずに 10 と 6 を文字 x、y のような一般的数を表す記号のように扱うというものである。そうすることで、$a=\frac{1}{2}(10+6), b=\frac{1}{2}(10-6)$ という式が得られることになる。このことをライプニッツは個別的計算の中に一般的計算が含まれているという仕方で説明し、10 や 6 を記号として見なす場合には一般的真理を得る方法であるとともに、通常の数と見なす場合には可感的になり、検算として役立ちうるとして評価している。論理計算における記号数の使用は失敗に終わったものの、ライプニッツにとって数を記号として用いる手法は一貫して重視されていたことが読み取られよう。しかしながら、これだけであれば、両者の差は検算のみであり、一般性という観点では、x や v という文字を使う場合と大差がないように思われる。この批判に対してライプニッツが明確に答えているとは言い難いが、擁護するとすれば次のようになると思われる。すなわち、初めに 10 や 6 で計算をすることによって、$a=\frac{1}{2}(10+6), b=\frac{1}{2}(10-6)$ を導けば、与えられた数と求めたい数の間の規則を理解することが出来、この答えの式のみを参照することで他の数についても、即座に答えを出すことが出来るのである。それに対して、$a=\frac{1}{2}(x+v), b=\frac{1}{2}(x-v)$ の場合には、どれが与えられた数でどれが求められる数であるかが判然としない[7]。それ故に、計算過程を再びたどらなければ、この答えの式を利用することは出来ないことになってしまう。このように、以前の計算を記憶していなくとも新しい類似の計算を行うことが出来るという点で、数字を記号と見なすことは、知識論的、発見法的な価値を持つのではなかろうか。それでは、前述の普遍的方法との関係についてはどうであろうか。ライプニッツが行った代数解析の手法を見る限り、その欠点は、計算が機械的であって何を行っているのかが理解されないために、一般化が出来ないということのように思われる[8]。その点で、$a=\frac{1}{2}(10+6), b=\frac{1}{2}(10-6)$ という式は、一般規則をそこから読みとることが出来るような個別的計算なのであり、これはま

さに同一の関係を持つもの同士を同一視して代表元によって表現するという前述の主張と一致するものであろう。以上のようにライプニッツは代数解析を批判して、数を記号として使うことによって普遍的な法則を探求しようとした。この議論の直後では数記号の代数解析に対する優位性が明確に主張されている。

> ヴィエトがより大きな一般性を得るため数のかわりに文字を使ったように、私は数による文字を再び導入したかったのです。というのは、記号代数（la spécieuse）においてさえ文字より数記号の方が適切であるからです。私はそれが長い計算において大いに役に立つことに気付きました。文字の代わりに数しかない場合には、誤りを避けるためにも、また結果を待たずに計算の途中で九去法のような検算をするためにも役に立つのです。数字の位置を巧みに利用する場合には、しばしばこのようなことが可能であり、従って個別の例において、仮定が真であると判明するのである。さらに、文字だけでは精神が必ずしも上手く解明できない連結や秩序を発見することにも役立つのです。（A VI, 6 409-11 強調は引用者）

数字の効用として、検算、位置の利用、文字では発見できない秩序を発見することが挙げられている。位置の利用とは、数字を序数としてみなすことで、順序を考えることが出来るということであろう。原亨吉が指摘しているように[9]、ライプニッツが文字という場合には、それはしばしば量と同一視された表現であり、文字ではなく数を用いるというライプニッツの議論も、量と位置の対立という側面を持っている。実際、ライプニッツの仮構数の理論は、記号そのものに数字を割りふることで、記号同士の位置関係を利用するものであり、このアイデアはクラメールの公式を導出するための鍵としての役割を果たすことになる。『幾何学的記号法』の前年に書かれた「新解析の実例」（1678）を見てみよう。

> 私は文字の代わりに数字を用いる［…］数字を用いるならば、量自体あるいは記号の間の様々な順序と関係を、正確に表現することが私にとって容易になり、そうすることで一体どのような既知の文字がどのような未知の文字に関係しているか、あるいはまたどのような力を及ぼしているかが数列の形で一見してただちに明らかになる。数字を用いるからこそ、このことが極めて正確に行われうるのであって、文字のままではそうはいかないのである［…］漠然と *a*、*b*、*x*、*y* その他、思うがままの文字を用いるならば、その人は恐ろ

しい混乱と途方もない労苦を味わうであろう。(GM VII, 7 強調は引用者)

前述したように、代数解析は、発見法として考える場合には、未知のものに徒に記号を割りふるために、秩序が見えにくくなってしまうのである。それに対して、数字を記号として用いる場合には、記号同士の位置や順序関係は数字として示されることになる。実際ライプニッツはこの後、連立一次方程式において、どの式のどの文字の係数であるかを付与した数字によって各係数という記号法を用いている（例えば *x*、*y*、*z* という三変数からなる連立一次方程式において、二本目の式の *z* における係数は 23 と表現される。これは現代では a_{23} という表記法になるだろう）。そしてこのように数字で表現された係数項の特定の組み合わせによって作用数（afficiens）という概念を提唱し、その値が未知項の値となっていることを主張し、現代ではこの議論がクラメールの公式にあたるものとされている。

このように現代的には文字の横に数を添えるという仕方で当然とされる記号法も、ライプニッツの時代においては大きな発見であったことが分かる。この記号法について詳細な検討を行った Mahnke の研究に従うならば（cf. Mahnke 1912/13）、これは 1673 年頃から見られ、当初は文字の前に数字を一つ添えるものであったようである。そうすることで同じ曲線に属する点を統一的に表示することが出来たわけであるが、これ自体はライプニッツの独創ではないが、途中から文字と添える数の違いを明確に意識するようになり、複数の数字を並列して並べるようになるなど独自の発展を遂げたようである。このような記号法は行列式だけに見られるものではなく「演算規則を用いた解析計算の要点」（HD, 218-24）のように二進数についての論考にも現れる。また「代数学の新機軸」（GM VII, 154-89）では、仮構数という呼び名が採用されるだけでなく、一変数の連立高次方程式に対して採用され、そこでは式の数と次数を表現した数字が割りふられており、結合法の技法として数学全般にわたる応用を考えていたようである。我々にとっては「新解析の実例」における以下の言葉が重要である。

> 従って、記号は指示された事物のうちに隠れている全てを表現するというのが記号術の最高規則であるが、このことは数字によってこそ、その豊穣さと計算の容易さの故に、最も上手くなされるのである。同じことは幾何学においても位置を表現する上でも大いに有益なのである。(GM VII, 8 強調は筆者)

Mahnke の議論を見る限り、仮構数が現れ始めるのは行列式論が最初であり、次に若干遅れて幾何学のようであるが、両者は特に主要な応用例であったようである。しかしながら、ここで考えたいことは、ライプニッツが幾何学において仮構数が重要であると考えた理由である。前述のように、仮構数は結合法の技法として、記号に対して数を割り当てることで、記号同士に位置関係を付与するものであった。そうすることによって文字を恣意的に割りふった場合には解明されないような記号同士の関係が解明されると考えたのである。これは既に見た『結合法論』の図形数の議論に類似していることは明らかである。図形数そのものが代数解析と同一視されることも既に述べたが、図形数のアイデアそのものは形を変えて存続し、今度は記号の領域の空間化として花開いたのである。特に、数字を二つ並列して並べるという発想は、記号を二次元的な平面の上での位置関係として捉えることになるだろう。そうすると、ライプニッツが幾何学に仮構数が応用可能であると考えた理由も見えてくるのではないだろうか。つまり、空間化された記号法を用いれば、逆に空間や幾何図形も記号化可能になるのではないかということである。その場合、記号の位置関係はそのまま図形の位置関係として表現されることになるだろう。

この節の最後に、「普遍性の方法」と幾何学の間の関係についても見てみよう。ライプニッツが位置を直接に表現するような記号法を探求したことは前節で述べたが、これは幾何学における作図の問題とも関係している。1678 年の Galois 宛書簡には次のように書かれている。

> 私は、幾何学において、もはや良い作図を見出す術を除いて何も求めていません。代数はそこに到るための自然な道ではないこと、そして線に固有であり、線による解法にとって自然な別の記号法を作るやり方があるということを私はますます理解しつつあります。代数はあらゆる大きさに共通であるにも関わらず、また、そのものに関してさえも、人々には未だ知られていないような多くの巧妙さがあるにも関わらず、代数は計算から作図を引き出すためには回り道をしないといけませんし、また通常の場合、不自然な操作をし強いられるのです。（GM　I, 183）

このように従来の代数を批判する際に良い作図の発見が出来ないということが論拠となっているのであり、『幾何学的記号法』においては「底と高さと頂角を与えて三角形を作図する」という問題が具体例として挙げられている（GM V,

168-71)。ライプニッツ自身は円を作図して円周角の定理によってこの問題を解いているが、代数においてこの問題の解法は煩雑になってしまうことを指摘している。それでは問題点はどこにあるのであろうか。恐らくそれは二つにまとめられるであろう。一つは底辺を固定した場合に頂点の位置の候補が四つ出てくるが、それらの三角形は全く異なるものではなく、反転するか回転することによって重ねあわせることが出来るということであり、これは幾何学的には明らかだが、そのような対称性は量のみを扱う方程式では反映されず、四次式を解く必要があるのである。実際にはライプニッツはその四つの解を多義的符合によってまとめており、対称性を代数上で表現できており、ライプニッツの難点の一部は多義的符合によって解消されているように思われる。しかし、そのような事実が認められたとしても依然として解が得られたのちに別にその量の作図を行うという難点は問題として残っていた。「普遍性の方法について」と同様に、ここにおいても固定的要素と動的要素の区別、対称性の問題、多義的符合の使用といった要素が出てきているのは明らかであろう。ただし、図形の構成法を明らかにするという観点については、多義的符合のみでは限界があり、そのことが『幾何学的記号法』及びその草稿群において検討されることになる。

４．まとめと展望

最後に以上の議論のまとめと今後の展望について述べておこう。本稿では『幾何学的記号法』において展開される記号法を検討するための準備作業として、それ以前の記号法を検討してきたのであるが、その特徴は三つにまとめられるだろう。一つは記号に対して数や符合によって位置関係を割り当てるというものであり、二つ目は、その際に一部の要素を固定して、固定的な要素に対する相対的な変化を統一的に捉えること、三つ目は、そのような変化によって移りあうものの中から代表元を提示することである。実はこれらは三つとも結合法論及び数論の議論と関わっている。一つ目は当然であろうし、二つ目は caput と同質の議論である。また三つ目についても「演算規則を用いた解析計算の要点」の中に「記号を用いる場合には、式全体の性質をはっきりさせるために、その式を、記号が位をあげていくような順序で書き表すべきである」（HD, 220）という記述がある。つまり数を文字として使う際に、組み合わせの中で小さい数から順に大きくなるような順序が自然であり、それを代表元としてとるという指針が成立するのである。実際ライプニッツは作用数についても、様々な表示が可能であるにも関わら

ず、仮構数が小さくなるような順序によって表示しているのである。

以上のような初期の記号法に関する思索の特徴は、Granger が提示した幾何学的形に関する二つの現代的視点と類似しているように思われる。つまり Granger が見てとった不変要素への着目と組み合わせ的アプローチはむしろ記号法の特徴なのであり、その起源は『結合法論』にまで遡るのである[10]。

そうすると、幾何学に固有な記号法とはやはり Belaval の言う算術主義と深く関わるようなものだと言えそうである。ただし、そこには二つの留保が必要である。一つは、図形数の議論を見れば分かる通り、『結合法論』における順列の議論は、位置関係として空間的な配置を暗黙に前提している部分がある。算術と言っても、それは幾何学を排除するものではなく、むしろどこかに幾何学的なニュアンスを含むものである。そのことは、計算に対する一般規則の優位性という仕方でも現れていると言えるだろう。そして、もう一つの指摘こそが重要なのであるが、『幾何学的記号法』の途中においてライプニッツは仮構数を用いた記号法について限界を覚えて記号法のアイデアを転換したと思われることである。仮構数による曲線表示などは以後も使われ続けることになるため、完全に放棄されたわけではないが、結局、数や数列に幾何学的関係を還元するということは完遂できず、部分的に留まったと言えるだろう。しかし、その限界故に、ライプニッツは様々な幾何学的関係の記号化に着手するとともに、新しい記号法を構築していくことになるのである。その詳細については稿を改めて論じることとしたい。

---

1 幾何学研究の哲学的意義それ自体については、De Risi によって、ライプニッツ後期の形而上学、特に晩年のクラークとの往復書簡に代表されるような空間論との関係から評価する見方も提示されている（De Risi 2007）。

2 砕いた言い方をするならば、図形が持つ形（丸さや真っ直ぐさなど）を形自身が持つ性質として捉えるのではなく、その形を変えないような操作（回転や平行移動など）全体の集合として捉えるということである。特に対称な図形の場合、その形が持つ対称性は、形を変えない操作が群をなすという仕方で表現されることになる。

3 恐らく単体複体の概念であろう。

4 caput の訳語については、Amunategui のように（Echeverría /Amunátegui 2005）不変因子（facteur invariant）と訳すのは強すぎると思われる。caput が一つの要素の場合には、置換に対して不変であるという意味で正しいが、Knobloch が指摘しているように複数の要素があって多重性（multiplicabilis）を持つ場合には caput の内部で順番が入れ替わることがあるために、不変とは限らない（Knobloch 1973, 47）。さらにライプニッツ自身は caput の定義において不変という特徴付けをしていない点も問題である。本稿では、ライプニッツにとって重要な術語であること、そして現代の組み合わせ論には出てこない概念であることを加味して caput のまま表記することにした。

5 例えば a、b、c、d という四つの要素であれば a の位置を固定した上で、残る三つの要素の順列を考えるため、3!となる。

[6] 数式は現代的な記法に改めた。
[7] 勿論、両者の記号の種類を変えることで防ぐことが出来るが、そのような記号体系内部の区別や関係性を明らかにすることこそライプニッツが主張する記号法の成果なのである。
[8] これは盲目的思考（cogitatio caeca）の重要性を語るライプニッツの一般的イメージからするといささか意外に思われるかもしれないが、ライプニッツは計算を常に評価していたわけではない。例えば、Knobloch の指摘によれば、一般規則の計算に対する優位性というテーゼは、規則を作り出す結合法に対して、代数学が従属するという彼の主張の一つの根拠となっているのである（クノーブロッホ 2001, 257-9）。
[9] 『ライプニッツ著作集』第三巻, 113.
[10] ただし、Granger が指摘している変換に対する不変性とライプニッツが語る固定的要素は必ずしも一致するものではないように思われるが、このことは Granger の『幾何学的記号法』の解釈にも関わるため、詳細は別の機会に譲る。

［参考文献］

ライプニッツのテクストからの引用については慣例に従って以下の略号で示す。邦訳があるものについては『ライプニッツ著作集』全十巻（下村寅太郎ほか監修、澤口昭聿ほか訳、工作舎、1988―99 年）を参照した。また Knobloch（1999）については、原論文が手に入らなかったため、その翻訳であるクノーブロッホ（2001）を参照した。

A: Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1926-..*Sämtliche Schriften und Briefe*, Akademie der Wissenschaften zu Berlin (ed.), Akademie-Verlag.
GP: Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1875-1890. *Die Philosophischen Schriften*, Carl Gerhardt (ed.), Georg Olms.
GM: Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1875-1890. *Mathematische Schriften*, Carl Gerhardt (ed.), Georg Olms.
C: Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1903. *Opuscules et fragments inédits de Leibnitz*, Louis Couturat (ed.), F. Alcan.
CG: Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1995. .*La caractéristique géométrique,* Javier Echeverría (ed.), J. Vrin.
HD: Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1973. *Die Hauptschriften zur Dyadik von G. W. Leibniz : Ein Beitrag zur Geschichte des binären Zahlensystems,* Hans. J. Zacher (ed.), Klostermann(Veröffentlichungen des Leibniz-Archivs ; Bd. 5).

Belaval, Yvon. 1960. *Leibniz, critique de Descartes*, Gallimard.
De Risi,Vincenzo. 2007. *Geometry and monadology: Leibniz's Analysis Situs and philosophy of space,* Birkhäuser.
Echeverría, Alejandra I and Amunátegui, Godofredo I. 2005. "La *Dissertatio de Arte combinatoria* de Leibniz en second lecture," *Studia Leibnitiana*, 37, 208-23.
Granger, Gilles-Gastons. 1999. *La pensée de l'espace*, Odile Jacob.
Knobloch, Eberhard. 1973. *Die mathematischen Studien von G. W. Leibniz zur Kombinatorik: auf Grund fast ausschliesslich handschriftlicher Aufzeichnungen dargelegt und kommentiert*, Steiner (Studia Leibnitiana Supplementa Bd.11).
———. 1999. "Im freiesten Streifzug des Geistes (liberrimo mentis discursu). Zu den Zielen und Methoden Leibnizscher Mathematik," in *Wissenschaft und Weltgestaltung. Internationales Symposium zum 350. Geburtstag von Gottfried Wilhelm Leibniz vom 9. bis 11. April 1996 in Leipzig*, K. Nowak & H. Poser (Hrsg.), Olms, 211-29.
Mahnke, Dietrich. 1912/13. "Die Index bezeichnung bei Leibniz als Beispiel seiner kombinatorischen Charakteristik," *Bibliotheca.mathematica* 13(3), 250-60.
エーバーハルト・クノーブロッホ. 2001.「精神の最も自由なる探索の中で――ライプニッツ数学の目標と方法」（林知宏訳）『思想』, 930, 244-64.