東京大学哲学研究室『論集』42号（2023年度）
pp.76-89

理由律と無際限拡張可能性について

中川　和彦

１．はじめに

本稿は数学の哲学で言われる無際限拡張可能性（indefinite extensibility）概念と形而上学における（充足）理由律との関係を考察することを目的とする。両者に結びつきがあることは近年 Levey（2016）によって指摘されている。しかし、その結びつきの込み入った考察はなされてこなかった。本稿ではこれを試みる。その意義としては、この試みが理由律と無際限拡張可能的な概念について生じるとされる自己言及のパラドクスとの関係や、理由律を採用した場合の形而上学的な世界観がどのようなものであるか、の考察に役立つということが挙げられる。

まず第二節、第三節で Levey の議論をもとに、理由律が無際限拡張可能性と結びつけられる経緯、そして両概念の関係に関する Levey の主張を確認する。また第三節では無際限拡張可能性概念の Dummett による特徴づけと Russell に基づく形式化、及びその無際限拡張可能性の特徴づけが理由律にどのように適用されるか、を確認する。続く第四節で理由律と無際限拡張可能性の結びつきに関する Levey の主張が明らかという訳ではないことを論じ、彼の主張が維持されるための対処法を二つ提示する。最後に第五節で前節までをまとめる。

２．理由律の問題

以降第二節、第三節で Levey の議論をもとに理由律が無際限拡張可能性概念と結びつけられる経緯を確認する。その結びつきは、Inwagen-Bennett 論証と呼ばれる[1]、理由律が全ての真理が必然的であるという必然主義に陥るということを示した論証の考察の過程で得られる。（またその論証に含まれる問題は彼によって理由律のパラドクスとも呼ばれる。）本節では Inwagen-Bennett 論証、その論証に含まれる理由律の問題、そしてそれらに対する Levey の主張を確認する。

まず Levey は以下の①から⑥の諸前提を認める[2]。

①　理由関係を命題間の関係とする。
②　理由関係は非反射的である、すなわちＡがＡ自身の理由になることはない。

③ 命題Aが命題Bの理由であるならば、AがBを含意する。
④ （充足）理由律は「任意の真理（真命題）Bに対し、その理由である真理Aがある」と述べる。
⑤ またAがある連言の理由であるならば、Aはその連言肢の理由でもある。
⑥ Aが必然的に真でありAがBを含意するならば、Bは必然的に真である。

以上を認めた上でInwagen-Bennett論証は次のように与えられる。

1. 諸偶然的真理が存在する。（想定）
2. 諸偶然的真理が存在するならば全ての偶然的真理の連言Cが存在する。（補助想定）
3. 全ての偶然的真理の連言Cが存在する。（1, 2より）
4. 任意の偶然的真理に対し、その理由となるある真理が存在する。（理由律（前提④））
5. 連言Cの理由となるGがある。（3, 4より）
6. Gは偶然的真理か必然的真理かのいずれかである。（5より想定）
7. Gが偶然的真理である場合、全ての偶然的真理の連言Cの連言肢にGが含まれており（前提⑤から）GがGの理由となることになるが、（前提②から）GがGの理由になることはないので矛盾する。（前提②, ⑤より）
8. Gが必然的真理である場合、（前提③から）Cの理由であるGはCを含意し、（前提⑥から）Cが必然的真理であることになるが、Cは偶然的真理であるので矛盾する。（前提③, ⑥より）
9. いずれの場合も矛盾する。（6,7,8より）

このように矛盾が生じたので、1の諸偶然的真理が存在するという想定が誤りであり、真理はどれも必然的である。

この論証は大まかに言えば、理由律を採用しかつ偶然的真理が存在すると想定すると矛盾が生じるので、偶然的真理は存在しない、という論証である。（そしてこの論証におけるパラドクスとは、9の矛盾に陥る箇所のことを言う。）その矛盾に陥った時にInwagen-Bennett論証では偶然的真理が存在するという想定を誤りとし、その結果必然主義が導かれるのである。

他方Leveyは1の想定を否定するのとは別の道があることを指摘する。彼はその矛盾を解消するために2の想定である彼が補助想定（auxiliary assumption）と呼

ぶものを否定するべきであると主張する[3]。彼はこのパラドクスが生じる元凶が、この補助想定あるいは補助想定を含意する別の二つの前提にあるとする。以降彼の議論を追いながら、このパラドクスが何に由来しているとされているかを見ていく。

補助想定すなわち「諸偶然的真理が存在するならば、全ての偶然的真理の連言 C が存在する」は次の二つの前提からの帰結である。

全体性（Totality）：
任意の諸偶然的真理に対して、それら真理が属する単一の全体―この場合は一つの連言―が存在する。

完全性（Completeness）：
もしも諸偶然的真理が存在するならば、全ての偶然的真理なるものが存在する。

この二つの前提で問題になりうる語は「全体」と「全て」である。「全体」という語によって表されるのは、例えば連言や集合といった、ある「一緒くたに集められた（collected together）」ものである。他方「全て」によって表されるのは、そのような集められたものではなく外延において「絶対的に汲み尽くされた（absolutely exhaustive）」個々のもの全てである[4]。この二つの前提から補助想定が導かれるのは以下のようにしてである。まず複数の偶然的真理の存在を仮定する。その時完全性の前提から、全ての偶然的真理なるものが存在する。そしてその全ての偶然的真理に対し、全体性の前提よりそれらの偶然的真理が属する全体すなわち連言が存在する。従って、複数の偶然的真理が存在するならばそれらの偶然的真理が属する全体すなわち連言が存在する。

このことを踏まえると理由律のパラドクスは、次のような別の様相を呈するパラドクスとなる。すなわち理由律、全体性の命題、完全性の命題、及び偶然的真理の存在の四つを前提とすると矛盾するということである。従って、このどれかが誤りであるとしなければならない。充足理由律と偶然的真理の存在をここでは正しいとみなすと、誤りであるのは、全体性の命題か完全性の命題のどちらか（あるいは両者とも）であることになる。すなわちこのパラドクスの由来の候補は、この二つの命題のどちらか（あるいは両者）であることになる。

この二つの内 Levey は、完全性の命題の方を否定すべきであるという。ここで登場するのが、無際限拡張可能性である。彼は、理由律を踏まえると偶然的真理

がこの無際限拡張可能性をもつということを根拠に完全性の命題を否定する[5]。

3. 無際限拡張可能性の特徴づけ及び定式化と理由律の例

本節では無際限拡張可能性概念に対し、Dummett による特徴づけと Russell に基づいた形式化を与え、前節に続く Levey の議論をもとに理由律がこの概念とどのように結びつくのか、その実例を確認する。

Dummett はこの概念を以下のように特徴づけている[6]。

> 無際限拡張可能な概念とは、もし我々がある際限的な（definite）全体—その全体のメンバー—全てがその概念のもとに収まるところの全体—の概念を形成し得たなら、我々はその全体に言及することで、そのメンバーの全てがその概念に収まるところのより大きな全体を特徴づけることができる、そのような概念である。（Dummett 1993, 441）

これは次のようにまとめられる[7]。

概念 F が無際限拡張的である
iff
任意の、F を満たすものの全体 T に対し、F を満たすが T に属していない更なるもの x が存在する。

大まかに言えばこれは、ある概念に含まれるものでどのように全体を取ってきても、その全体を超え出てかつその概念に含まれるものが存在する、そのようにして無際限にその概念は拡張されうる、ということである。Levey もこの特徴づけを採用する。

この特徴づけによって無際限拡張可能性をもつとされる代表的な例は、集合概念や順序数概念である。集合概念が無際限拡張可能であることはRussellのパラドクスに関わる仕方で示される[8]。任意の集合であるものの全体（ここでは集合）T に対し、T に含まれかつ自身が自身を含まないものの集合 $T' = \{x \in T \mid x \notin x\}$が存在する。ここで $T' \in T$ と仮定する。$T' \in T'$か $T' \notin T'$のいずれかである。$T' \in T'$である場合、$T' \notin T'$となり矛盾。他方 $T' \notin T'$である場合、仮定より $T' \in T$ でありかつ $T' \notin T'$であるので $T' \in \{x \in T \mid x \notin x\} = T'$より矛盾。よっていずれの場合も矛盾

するので、T’∈T という仮定が偽であり T’∉T。その上 T’は集合である。よって集合であるが T に属していない更なるものが存在する。従って集合概念は無際限拡張可能である。順序数（ここでは単に整列集合の順序型とする）の場合は次のようである。これも Burari-Forti のパラドクスに関わる仕方で示される[9]。任意の順序数であるものの全体（ここでは集まり）を T とする。T’を次のような α、すなわち $\alpha \leq \beta$ となる T の要素 β が存在するような順序数 α を全て含む集まりとする。T’は整列的であるので T’の順序数 ord(T’) = γ を考えることができる。この γ が T に含まれていると仮定する。この時 γ は T’にも含まれている。ここから、$\alpha < \gamma$ となる順序数 α 全体の集まりを S_γ とすると、$S_\gamma \subsetneq$ T’より ord(S_γ) $<$ ord(T’) $= \gamma$。他方、S_γ の性質から ord(S_γ) = γ。よって矛盾。よって γ は T に含まれていないので、順序数でありかつ T に含まれていないものが存在する。従って、順序数は無際限拡張可能である。

Levey の主張は、理由律を踏まえれば、偶然的真理概念が上の意味で無際限拡張可能であるということである。それは（集合、順序数の場合と類推的に）理由律のパラドクスと関わる仕方で示される[10]。任意の偶然的真理の全体、この場合は連言 T を考える。理由律より T に対しその理由となる G が存在する。ここで G は偶然的真理か必然的真理かのいずれかである。もしも必然的であるならば、（第 1 節第 2 段落の前提⑥から）G から T が演繹されるので T も必然的であることになり矛盾。従って、G は偶然的である。ここで G が T に含まれておりその連言肢の一つであると仮定すると、（前提⑤から）G が G の理由であることになるので（前提②より）矛盾。従って、T に含まれておらず、偶然的真理である G が存在するので、偶然的真理は無際限拡張可能である。

以上の無際限拡張可能性の特徴づけをより形式的に与えることができる。それは Russell に基づくものである[11]。

概念 φ が無際限拡張可能である

iff

ある関数 δ が存在し、$\forall y(y \in x \rightarrow \varphi(y))$ を満たす任意の集合 x に対し、

i. $\delta(x) \notin x$

ii. $\varphi(\delta(x))$。

あるいはそれと同等な定式化として[12]、

概念 φ が無際限拡張可能である

iff

ある関数 δ が存在し、$\forall y(\chi(y) \to \varphi(y))$を満たす任意の概念 χ に対し、

iii. $\neg\chi(\delta(\chi))$

iv. $\varphi(\delta(\chi))$。

前者の定式化では、本節冒頭の特徴づけの全体 T に対応する箇所が集合 x であるのに対し、後者の場合は集合には言及されず概念 χ である。前者の定式化によって集合概念など、全体 T が集合であるものが無際限拡張可能であることが示される。後者の定式化には、全体 T が集合以外である概念が適用される。またここで関数 δ はその全体を入力として、その全体を超え出てかつ当該の概念に含まれるものを出力する関数として与えられる。(i)あるいは(iii)はその出力がその全体を超え出ていることを表しており、(ii)あるいは(iv)はその出力がその概念に含まれることを示している。

例えば集合概念の場合には「$\varphi(x)$」は「x は集合である」となり、$\delta(x) = \{y \in x \mid y \notin y\}$である。このとき、$\varphi(\delta(x))$は明らかであり、かつ $\delta(x) \notin x$ である。これは $\delta(x) \in x$ という仮定から矛盾が帰結することから分かる。また順序数の場合には χ は任意の順序数の集まりであり、「$\varphi(\chi)$」は「χ は順序数である」となる。そして$\delta(\chi)$は χ'を $\alpha \leq \beta$ となる χ の要素 β が存在するような順序数 α を全て含む集まりとした場合の、$ord(\chi')$である。このとき、$\varphi(\delta(\chi))$は明らかであり、かつ$\neg\chi(\delta(\chi))$である。これは$\chi(\delta(\chi))$という仮定から矛盾が帰結することから分かる。

そして上の理由律と偶然的真理の場合には χ は任意の偶然的真理の連言であり、「$\varphi(\chi)$」は「χ は偶然的真理である」となる。そして $\delta(\chi)$は χ の理由である。このとき、$\varphi(\delta(\chi))$かつ$\neg\chi(\delta(\chi))$である。これらはそれぞれ $\delta(\chi)$が必然的真理と仮定すると矛盾すること、$\chi(\delta(\chi))$であると仮定すると矛盾することから分かる。

それでは、この無際限拡張可能性と理由律はどのように関わるのであろうか。上で確認した通り偶然的真理が無際限拡張可能であることを導くために理由律が用いられるのであった。それは任意の偶然的真理の全体としての連言 T に対し、その T を超え出た偶然的真理の存在を保証するという仕方で、である。すなわち理由律によって、T の理由の存在が保証されるのである。あるいは Russell の定式化に当てはめて言えば、χの理由という $\delta(\chi)$の存在、あるいはその関数 δ の存在を保証する[13]ものが理由律であるということになる。（他の一部の無際限拡張可能な概念においても偶然的真理概念における理由律の対応物を考えうるであろう。

例えば順序数において理由律に対応しうるものは任意の順序数に対しそれよりも大きい順序数が存在する、ということになるであろう[14]。）

4. 根拠づけ関係と無際限拡張可能性

以上 Levey の議論をもとに理由律が無際限拡張可能性概念と結びつけられる経緯を、Inwagen-Bennett 論証と無際限拡張可能性の特徴づけ及び定式化を取り上げながら確認してきた。以下でまず、この Levey の議論において言われている「理由律から偶然的真理概念が無際限拡張可能であることが導かれる」という主張（以下これを Levey の主張と呼ぶ）が必ずしも明らかという訳ではない、ということを示す。続いてその主張が維持されるための二つの対処法を示す。

ここで問題とするのは理由関係である。近年形而上学的な理由関係あるいは説明関係として第一に挙げられるのは根拠づけ関係（grounding relation）と呼ばれる関係である[15]。理由律をこの根拠づけ関係によって与えた場合に、Leveyの主張が帰結するためには修正が必要となる。

まずこの関係を概観する。根拠づけ関係は非反射性、非対称性、推移性を満たす関係である。この関係項として二つの候補が存在する。一つは真理（真命題）であり、もう一つは事実（fact）である。ここでは真理間の関係とする。そしてこの関係は全面的根拠づけ（full grounding）と部分的根拠づけ（partial grounding）に細分化される。両者の関係は次のようなものである。全面的根拠づけ関係を原初的とし、記号「$<$」で表す[16]。少なくとも一つの真理によって一つの真理が根拠づけられていることを認める。複数を許容する少なくとも一つの真理を Xs と表すとすると、Xs が一つの真理 Y を全面的に根拠づけているということを「$Xs < Y$」と表す。更に部分的根拠づけ関係を記号「$\prec$」によって表し、以下のように定める[17]。

部分的根拠づけ
$X \prec Y$（X は Y を部分的に根拠づける）
iff
X がその内にあるところの Zs が存在し、$Zs < Y$。

そして根拠づけ関係と論理結合子の一部あるいは量化記号との関係については少なくとも以下のことが認められている[18]。

$X \prec (X \wedge Y)$、$Y \prec (X \wedge Y)$、$X, Y < (X \wedge Y)$

$X < (X \vee Y)$、$Y < (X \vee Y)$

$F(a) < \exists x F(x)$

$F(a_1), F(a_2), \ldots < \forall x F(x)$、$F(a_i) \prec \forall x F(x)$

ここで a、各 ai は個体を表し、F は性質を表す。

そして根拠づけ関係による理由律は全面的と部分的根拠づけに合わせてそれぞれ次のように定式化される。

（全面的根拠づけ関係による理由律）
任意の真理 Y に対し、ある真理 Xs が存在し、Xs $<$ Y。

（部分的根拠づけ関係による理由律）
任意の真理 Y に対し、ある真理 X が存在し、$X \prec Y$。

以上を踏まえて、Inwagen-Bennett 論証と無際限拡張可能性に関する Levey の議論に根拠づけ関係を当てはめる。第一に理由律として全面的根拠づけの場合と部分的根拠づけの場合の二つに分かれる。二つの内、第 2 節冒頭の Levey の前提③「命題 A が命題 B の理由であるならば、A が B を含意する」が保たれるのは全面的根拠づけの場合のみである。というのも全面的根拠づけの場合と異なり、部分的根拠づけの場合は A のみからは B が帰結するとは限らない、例えば $A \prec (A \wedge B)$ だが A のみから $A \wedge B$ が帰結する訳ではないからである。従って、前提③を用いる場合には理由律として全面的根拠づけの方を考える。第二に、これこそ修正が求められる箇所であるが、上に $X, Y < (X \wedge Y)$ とあるように、ある連言について、その連言肢がその連言の全面的根拠であるとみなされている。従って、第 2 節冒頭の Levey の前提⑤「A がある連言の理由であるならば、A はその連言肢の理由でもある」は成り立たない。$X \wedge Y$ の連言肢である X, Y は同時に $X \wedge Y$ の全面的根拠でもあるので、連言肢 X, Y 自身の根拠となることはできない。このことから、理由律から偶然的真理が無際限拡張可能であるということが導かれなくなる。

なぜならば、それによって偶然的真理が無際限拡張可能であるということを導くところの「任意の偶然的真理の全体としての連言Tの理由Gが偶然的である場合にそのGがTに含まれていると仮定すると矛盾するということ」を示すために前提⑤が必要であるからである。

　このように「理由律から偶然的真理概念が無際限拡張可能であることが導かれる」というLeveyの主張は修正なしには導かれないことになる。他方この主張の背景にあると考えられる、理由律を踏まえた上での偶然的真理の汲み尽くせなさという発想は理解できるものである。そこでこの主張を救うために、目下考えらえる、この連言肢の問題に対処する仕方を以下に示す。

　この連言肢の問題に対処する仕方は二つ考えうる。第一に一部の論者のように全面的根拠づけ関係の被関係項に多数の偶然的真理を認めるということである[19]。すなわち従来とは異なり単数の真理だけでなく多数の真理を全面的根拠づけの対象として認めるのである。これはMacDaniel（2018）によって取られた方針である。彼は理由関係が根拠づけ関係の場合であっても、根拠づけ関係を複数—複数の関係とするならば、Inwagen-Bennett論証が維持されることを主張した[20]。その論証は以下のように修正されている。

　MacDanielは以下の①’から⑤’の諸前提を認める。

①’ 根拠づけ関係を命題間の関係とする。複数—複数の根拠づけを認める。

②’ 根拠づけ関係について以下の一般的非反射性（general irreflexivity）（MacDaniel 2018, 3）が成り立つ。すなわち、必然的に、任意のXsとYsについて、もしXsがYsとオーバーラップ（overlap）するならば、XsはYsの全面的な根拠（full ground）ではない。ここでXsがYsとオーバーラップするとは、Xsのうちに少なくとも一つの真理Tが存在し、それがYsにも含まれているということである。

③’ XsがYsの全面的根拠であるならば、XsはYsを含意する。ただしXsがYsを含意するとは、Xsに含まれる任意の命題が真であるならば、Ysに含まれる任意の命題が真である、ということである。

④’ 理由律は「任意の真理Ysに対し、ある真理Xsが存在し、Ys＜Xs」と述べる。

⑤’ Xsが必然的に真でありXsがYsを含意するならば、Ysは必然的に真である。ただしXsが必然的に真であるとはXsにおける任意の命題が必然的に真であることであり、そうでない（Xsにおける少なくとも一つの真理が偶然的で

ある）場合、Xs は偶然的に真である。

以上を認めた上で修正された Inwagen-Bennett 論証は次のように与えられる。

1. 諸偶然的真理が存在する。（想定）
2. 諸偶然的真理が存在するならば全ての偶然的真理 Us が存在する。（完全性）
3. 全ての偶然的真理 Us が存在する。（1, 2 より）
4. 任意の真理 Ys に対し、ある真理 Xs が存在し、Ys < Xs。（理由律、前提④’）
5. Us の全面的根拠となる Gs がある。（3, 4 より）
6. Gs は偶然的真理か必然的真理かのいずれかである。（5 より想定）
7. Gs が偶然的真理である場合、Gs が Us とオーバーラップすることになるが、（前提②’から）その場合 Gs が Us の全面的根拠になることはないので矛盾する。（前提②’より）
8. Gs が必然的真理である場合、（前提③’から）Us の理由である Gs は Us を含意するが、（前提⑤’）から Us が必然的真理であることになるが、Us は偶然的真理であるので矛盾する。（前提③’, ⑤’より）
9. いずれの場合も矛盾する。（6,7,8 より）

すなわち根拠づけ複数—複数とすることで、連言を介することなく 5 のように全ての偶然的真理そのものに対する根拠を与えることができる、そしてそれによって Inwagen-Bennett 論証が維持されるのである。

ただしこの修正のみでは、Levey の主張が維持されたことが明らかであるということにはならない。というのも前節の無際限拡張可能性の特徴づけは何らかの連言や集合などの全体 T を経由する必要があったからである。従って、全体 T を介さずに単なる複数のものでも済むように無際限拡張可能性の特徴づけを修正しなければならない。つまりそれは次のように修正される[21]。

概念 F が無際限拡張的である

iff

任意の、F を満たすもの Xs に対し、F を満たすが Xs に属していない更なるもの x が存在する。

以上の修正によってこの第一の方針は連言の問題を解消でき、Levey の主張を維持しうる。

第二の方針は全ての真理の連言とは別の、根拠づけ木構造と以下で著者が定めるものの存在に全面的根拠を求めるというものである。この概念を根拠づけの論者が根拠づけ構造（grounding structure）と呼ぶものを経由して与える。Dixon（2020）に従い、根拠づけ構造を以下のように特徴づける[22]。Xs を複数を許容する少なくとも一つの真理とする。

根拠づけ構造
Xs が根拠づけ構造を形成する
iff
Xs において $x \prec y$ となる x と y が存在する。

ここから根拠づけの木構造を次のように定める。

根拠づけ木構造
Xs が根拠づけ木構造を形成する
iff
Xs が根拠づけ構造を形成し、かつ Xs における任意の x と y について、（ある Xs における z が存在し $x \prec z$ かつ $y \prec z$）か、あるいは（$x \prec y$ または $y \prec x$）か、あるいは（$x = y$）が成立する。

この木構造は大まかに言えば、ある真理から出発して、その真理を部分的に根拠づける真理を派生的にその真理の下部につなげ、更にはその部分的根拠の部分的根拠を派生的につなげていくような構造である。

加えて、この根拠づけ木構造に関して次のことを正しいものとみなす。すなわち、根拠づけ木構造が存在するということの根拠は、同時に根拠づけ木構造における任意の真理の根拠でもある、ということである。これは、根拠づけの木構造の存在を保証しているならば、その木構造における個々のものの存在も保証しているであろうという考え方である[23]。

更に、第一の方針の場合と同じく、全体 T を介さずに単なる複数のもののみで無際限拡張可能性の特徴づけを与える。

以上を踏まえて、理由律から偶然的真理が無際限拡張可能であることは以下の

ように導かれる。まず任意に複数の偶然的真理をとる。これを例えば、P1、P2、P3…とする。全面的根拠づけによる理由律よりこれらP1、P2、P3…の各々にP1's ＜P1、P2's＜P2、P3's ＜P3…となるP1's、P2's、P3's …が存在する。そこでそのP1's、P2's、P3's …を P1、P2、P3…の直後に派生させる。同じく理由律よりそれら P1's、P2's、P3's…における各真理に対してその全面的根拠となる諸真理が存在するので、それらをその各真理の直後に派生させる。更にその諸真理における各真理に対して…という具合に根拠づけの木構造を構成する。ただしその構成に際して、連言の直後の派生にはその連言の連言肢全てを与えるというようにする。こうしてP1、P2、P3…の各々に対して、根拠づけ木構造$\mathcal{P}$1、$\mathcal{P}$2、$\mathcal{P}$3…が与えられる。この時これら「$\mathcal{P}$nが存在する」という真理に対して、理由律より、

$\mathcal{P}$nが存在する ≺ Gn

となるGnが存在する。つまり、$\mathcal{P}$1、$\mathcal{P}$2、$\mathcal{P}$3…に対して、G1、G2、G3…が存在する。

ここで、それらG1、G2、G3…の連言Cを考える。このCがP1、P2、P3…に含まれていないことを以下に示す。CがP1、P2、P3…の少なくとも一つに含まれていると仮定する。その場合、C は$\mathcal{P}$1、$\mathcal{P}$2、$\mathcal{P}$3…の少なくとも一つに含まれている。そこでCは、その存在の部分的根拠がGiであるところの$\mathcal{P}$iに含まれているとする。上述の通り$\mathcal{P}$iの構成の仕方として連言の派生が連言肢であり、Cは連言であるので、$\mathcal{P}$iにおいてCの連言肢であるG1、G2、G3, … , Gi, … が含まれている。加えて、根拠づけ木構造が存在するということの根拠は、同時に根拠づけ木構造における任意の真理の根拠でもあるので、$\mathcal{P}$i が存在することの部分的根拠であるGiは$\mathcal{P}$iにおける任意の真理の部分的根拠である。よってGiは$\mathcal{P}$iのうちのGiの部分的根拠である。他方GiがGi自身の部分的根拠となることはない。従って矛盾するので、CがP1、P2、P3…の少なくとも一つに含まれているという仮定は誤りであり、CはP1、P2、P3…に含まれていない。以上より、理由律を踏まえると、任意に複数の偶然的真理（P1、P2、P3…）に対し、それに含まれていない偶然的真理（C）があるので、理由律から偶然的真理は無際限拡張可能であるということが示される。

5. 結語

以上、Levey の議論をもとに理由律から偶然的真理が無際限拡張可能であるという主張が導かれる経緯、そしてそれにおいて無際限拡張可能性と理由律の関係がどのようなものであるかを確認した。更に、理由関係の内実を考えた場合この主張が明らかである訳ではないこと、すなわち理由関係として根拠づけ関係を考えた場合にこの主張が修正なしでは導かれないことを論じた。そこで理由律を踏まえた上での偶然的真理の汲み尽くせなさという支持できる発想を背景としたLevey の主張を救うために、（目下）二つの対処法があることを示した。以上が本稿で試みた理由律と無際限拡張可能性の関係の考察である。しかしながら理由律と無際限拡張可能性の関係を論じるために必要とされる諸概念には本稿で扱いきれなかったヴァリエーションが多数ある[24]ので、それらの検討が今後の課題である。

---

[1] この名称はこの論証が van Inwagen（1983, 202-204）、Bennett（1984, 115）に由来することから。また van Inwagen（[2008] 2024, 161-164）は本稿で取り上げた Levey の論証とは異なる仕方で理由律が必然主義を導くことを（理由律批判のために）論じている。

[2] Levey（2016, 399）を参照。

[3] 以下の議論は Levey（2016, 400-403）を参照。

[4] この区別は、例えば個々のりんごと、その個々のりんごを集合に一緒くたにしたものとの区別であると考えられていよう。そして集合や連言などの全体はその個々のものに対して適切な操作を適用した結果得られるものであると理解されるであろう。

[5] Levey（2016, 403）を参照。

[6] この特徴づけ、及びその後の Russell の定式化は定義とは呼びにくいと言われる。それはその特徴づけにおいて際限性（definiteness）が導入されており、かつ際限性の説明が（無際限性概念なしで）別に与えられてはいない、とされているからである。これについては Shapiro and Wright（2006, 256）、Uzquiano（2015, 147）を参照。

[7] Levey（2016, 402）を参照。

[8] Priest（2008, 1265）を参照。

[9] Shapiro and Wright（2006, 256-257）を参照。

[10] Levey（2016, 403,407）を参照。なお偶然的真理が無際限拡張可能であることは理由律以外からも示されうる。例えば、Russell の全ての命題がパラドキシカルであることを示す論証は、命題、従って偶然的真理が無際限拡張可能であることをも示す。これについては Levey（2016, 416-417）を参照。

[11] Russell（[1995] 1973, 142）。この定式化の仕方は Priest（2008, 1264-1265）を参照。なおこれに、$\{y \mid \varphi(y)\}$が存在する、を付け加えたものは Russell 図式（Russell Schema）と呼ばれる(Priest 2002, 9, 2）。Priest が自己言及のパラドクスの背景にあると述べるところの Inclosure 図式（Inclosure Schema）はこの Russell 図式に修正を加えたものである。

[12] Priest（2008, 1266）を参照。

[13] 厳密には、この δ の存在の保証には、複数ありうる理由の中から一つだけを（選択公理など）何らかの仕方で選び出す必要があるであろう。

[14] ただし、任意の順序数に対しそれより大きな順序数があることは、別の例えば順序数の定義、性質やサクセッサー関数の存在などからの帰結であろうが、理由律の場合にはそれを帰結させるような対応物は考えられていない。

[15] 根拠づけ関係一般については例えば Correia（2012）を参照。

[16] 本稿では文オペレーターではなく述語としての根拠づけを想定している。この区別についてはCorreia（2012, 10）を参照。
[17] Dixon（2020, 244-245）に倣った。
[18] Fine（2012, 58-59）を参照。
[19] Dasgupta（2014）などがその代表である。
[20] MacDaniel（2018, 2）を参照。
[21] この修正は Levey が支持するところである。その理由はこの修正により偶然的真理が無際限拡張可能であることから論理的なギャップなしに全ての偶然的真理が存在しないということが導かれるからである（Levey 2016, 404-405）。またこの修正を Russell の定式化に反映させるには後者の定式化の概念 χ としてその F を満たすものの集まりを指定するものを与えればよいであろう。
[22] Dixon（2020, 245）を参照。
[23] Leibniz の『事物の根源的起源について』（Leibniz 1885）冒頭の本の比喩の議論がこの考え方を支持しうる。『幾何学原論』の写本の系列を考える。そのうちの一つの写本の（存在の）理由がその前の写本によって与えられ、そのようにしてその写しの系列において理由を求める遡行をし得たとしても、それら写本およびその系列の十分な理由は与えられない。その十分な理由はその系列の外に見出される、という議論である。これと類推的に根拠づけの系列としての根拠づけ関係の連鎖や木構造の理由をその連鎖や木構造の外に求めるという考え方がこの議論から示唆的であろう。（文脈が多少異なるが本稿と関連して、Levey（2016, 420）や McDaniel（2018, 2）もこの比喩を引き合いに出している。後者はこの系列を全体としてではなく単に複数のものとして捉え、複数―複数の根拠づけの議論に当てはめている。）
[24] 例えば、偶然的真理の代わりに事実を用いて同様の議論ができるかの検討が必要である。

［参考文献］

Bennett, Jonathan. 1984. *A Study of Spinoza's "Ethics"*, Hackett press.

Correia, Fabrice and Schneider, Benjamin(ed.). 2012. in *Metaphysical Grounding: Understanding the Structure of Reality*, Cambridge University Press.

Dasgupta, Shamik. 2014. "On the plurality of grounds," *Philosopher's Imprint*, 14, 1-28.

Dixon, Scott. 2020. "Infinite Descent," in *The Routledge Handbook of Metaphysical Grounding*, Michael, Raven (eds.), Routledge, 244-258.

Dummett, Michael. 1993. *The Seas of Language*, Oxford University Press.

Fine, Kit. 2012. "Guide to Ground," in *Metaphysical Grounding: Understanding the Structure of Reality*, Correia, Fabrice and Schneider, Benjamin(ed.), Cambridge University Press, 97-118.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1890. *De rerum originatione radicali,* in *Die philosophischen schriften von Gottfried Wilhelm. Leibniz*, Ⅶ, Gerhardt, C I(eds.),Weidmannsche Buchhandlung, 302-308.

Levey, Samuel. 2016. "The paradox of sufficient reason," *Philosophical Review*, 125, 397-430.

MacDaniel, Kris. 2018. "The principle of sufficient reason and necessitarianism," *Analysis*, 79(2), 230-236.

Priest, Graham. 2013. "Indefinite Extensibility–Dialetheic Style," *Studia Logica*, 101(6), 1263-1275.

Rayo, Agustín and Uzquiano, Gabriel(ed.). 2006. *Absolute Generality*, Oxford University Press.

Russell, Bertrand. 1905. "On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types," *Proceedings of the London Mathematical Society*, 4, 29-53. Reprinted in *Essays in Analysis*, Lackey, Douglas(eds.), 1973, Allen and Unwin, 135-64.

Shapiro, Wright. 2006. "All Things Indefinitely Extensible," in *Absolute Generality*, Rayo, Agustín and Uzquiano, Gabriel(ed.), Oxford University Press, 255-303.

Uzquiano, Gabriel. 2015. "Varieties of Indefinite Extensibility," *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 56, 147-166.

van Inwagen, Peter. 1983. *An Essay on Free Will*, Oxford University Press.

———. 2024. *Metaphysics*, 5th edition, Routeledge.